Übungen zur Vorlesung

Ausgewählte Themen der Topologie

Blatt 9 — M. Joachim, M. Palmer

Wintersemester 14/15 — Abgabe Donnerstag, den 18.12.2014

Aufgabe 33: Es sei $U = S^2 \backslash \{(0,0,1)\}$. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\psi : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow U, \qquad (x,y) \longmapsto \left(\frac{2x}{1+x^2+y^2}, \frac{2y}{1+x^2+y^2}, \frac{x^2-y^2-1}{1+x^2+y^2} \right)$$

eine Umkehrabbildung zur stereographischen Projektion aus der Vorlesung ist.

Aufgabe 34: Welche der nachfolgenden Mengen des $\mathbb{R}^3$ sind beschränkt? Geben Sie gegebenenfalls eine reelle Zahl $R > 0$ an, die die gegebene Menge enthält.

1. $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^4 < y^2 < z < 16\}$
2. $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = \sin(y), z = \cos(y) \text{ und } y^2 < 9\}$
3. $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y^2 - z^2 \text{ und } y^2 < 9\}$

Aufgabe 35: Zeigen Sie: Ist $h : X' \to X$ ein Homöomorphismus und $i : X \to Y$ eine Einbettung, so ist die Verknüpfung $i \circ h : X' \to Y$ eine Einbettung.

Aufgabe 36*: Zeigen Sie: Ist $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, so ist die Teilmenge

$$\Gamma = \{(x,y,z) \mid f(x,y) = z\} \subset \mathbb{R}^3$$

eine Fläche.