

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Donnerstag, 04.05.06, vor der Vorlesung in den Briefkästen

Blatt 4

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Ein nullteilerfreier Ring R , der nur aus endlich vielen Elementen besteht, ist stets ein Körper.

Aufgabe 2. Berechnen Sie:

a) $\frac{1+i}{5-6i}$ b) $(1+i)^n$ c) i^n d) $(6+5i)^{-1}$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit

- a) $z^4 = -1$
- b) $\cos z = 1$
- c) $\exp(z) = 0$
- d) $\exp(z) = 1$.

Aufgabe 4. Man stelle $-i, 1 - i\sqrt{3}, \sqrt{3} - i, 1 - i$ in Polarkoordinaten dar.

Aufgabe 5. Seien $z, w \in \mathbb{C}$ mit $|z| = |w| = r, \arg z = \alpha, \arg w = \beta$. Zeige:
 $|z - w| = 2r \left| \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \right|, |z + w| = 2r \left| \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \right|$. Also:

$$|z - 1| = 2 \left| \sin \frac{\alpha}{2} \right|, |z + 1| = 2 \left| \cos \frac{\alpha}{2} \right|, \text{ falls } |z| = 1 \text{ und } \arg z = \alpha .$$