Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. R. Brüske

SS 06

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Mittwochg, 14.06.06, bis 17h00 in den Briefkästen — Blatt 9

Aufgabe 1. Man bestimme sämtliche Lösungen von

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 &= 6 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 &= -1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 7 \end{aligned}$$

Aufgabe 2. Man löse

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= b_1 \\ 3x_1 + 9x_2 + 10x_3 + x_4 + 2x_5 &= b_2 \\ 2x_2 + 7x_3 + 3x_4 - x_5 &= b_3 \\ 2x_1 + 8x_2 + 12x_3 + 2x_4 + x_5 &= b_4 \end{aligned}$$

für
(i) $b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 0$
(ii) $b_1 = 1,\ b_2 = 0,\ b_3 = 3,\ b_4 = 1$
(iii) $b_1 = 1,\ b_2 = 5,\ b_3 = 1,\ b_4 = 5.$

Aufgabe 3. Für $\lambda \in K$ und $i, j \in \{1, \dots, n\}$, $i \neq j$, sei $T_{ij}(\lambda) := E_n + \lambda E_{ij}$. (Dabei ist E_n die $n \times n$-Einheitsmatrix, und E_{ij} ist in Aufgabe 3 von Blatt 8 definiert.) Sei $A \in \mathrm{GL}\,(n, K)$. Zeigen Sie: Es gibt r solche Matrizen $T_1, \dots, T_r$, so daß

$$T_r \cdot \ldots \cdot T_1 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & d \end{pmatrix}$$

gilt.

Aufgabe 4. Für die Matrizen $T_{ij}(\lambda)$ wie in Aufgabe 3 gilt

(a) $T_{ij}(\lambda_1)T_{ij}(\lambda_2) = T_{ij}(\lambda_1 + \lambda_2)$

(b) $T_{ij}(\lambda)T_{ik}(\lambda') = T_{ik}(\lambda')T_{ij}(\lambda)$

(c) Für $n \geq 3$ und i, j, k paarweise verschieden gilt $T_{ik}(\lambda)T_{kj}(\lambda')T_{ik}(\lambda)^{-1}T_{kj}(\lambda')^{-1} = T_{ij}(\lambda\lambda')$.