

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Mittwoch, 30.04.08, bis 16h00 in den Briefkästen

Blatt 3

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Für paarweise verschiedene ganze Zahlen k_1, \dots, k_r sind

$$e^{ik_1x}, \dots, e^{ik_rx}$$

aufgefaßt als Vektoren aus dem Vektorraum $\mathcal{C}(\mathbb{R})$ der stetigen komplexwertigen Funktionen, linear unabhängig über \mathbb{C} .

Aufgabe 2. Man bestimme $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$ mit $\lambda v_1 + \mu v_2 = w$ für $v_1 = (1+i, i)$, $v_2 = (1, 1+i) \in \mathbb{C}^2$ und

(a) $w = (i, 0)$

(b) $w = (1+i, -2+3i)$

(c) $w = (0, 1)$.

Aufgabe 3. Es seien v_1, \dots, v_n linear unabhängige Vektoren eines Vektorraums V , und

$x = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i$. Zeigen Sie:

$$v_1 - x, \dots, v_n - x \text{ linear unabhängig} \iff \sum_{i=1}^n \lambda_i \neq 1.$$

Aufgabe 4. Es sei $U = \text{span}_{\mathbb{R}}((1, 3, -2, 4), (1, 1, 5, 9), (2, 0, -13, 23), (1, 5, 1, -2))$. Zeigen Sie oder widerlegen Sie: $U = \mathbb{R}^4$.

Aufgabe 5. Es seien p_1, \dots, p_r paarweise verschiedene Primzahlen. Zeigen Sie:

$$(\ln p_1, \dots, \ln p_r) \text{ sind linear unabhängig über } \mathbb{Q}.$$