Prof. Dr. R. Wulkenhaar **SS 08**
Dr. R. Brüske

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Donnerstag, 22.05.08, vor der Vorlesung in den Briefkästen Blatt 5

Aufgabe 4. Gibt es eine lineare Abbildung $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ mit $F(v_i) = w_i$ $(1 \leq i \leq 4)$, wobei

(a) $v_1 = (1,0,1),\ v_2(1,1,1),\ v_3 = (0,1,1),\ v_4 = (2,0,1)$
$w_1 = (1,1,1,1),\ w_2 = (1,0,1,0),\ w_3 = (0,0,0,1),\ w_4 = (1,0,1,1)$

(b) v_i wie in (a)
$w_1 = (1,1,1,1),\ w_2 = (1,1,1,0),\ w_3 = (0,1,1,1),\ w_4 = (2,1,1,2)$

Aufgabe 2. Gegeben sei die lineare Abbildung

$$F : \mathbb{R}^5 \longrightarrow \mathbb{R}^4 \quad , \quad F : \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_5 \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie eine Basis von $\ker(F)$, einen Komplementärraum von $\ker(F)$ und eine Basis von $\mathrm{im}(F)$.

Aufgabe 3. Sei $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$ gegeben durch

$$f((x_1,x_2,x_3)) = (x_1 - x_2 + x_3,\ x_2 - x_3,\ x_1 + x_3,\ x_1 + x_2 + x_3,\ x_1 - x_2 + 2x_3)\ .$$

Stellen Sie die darstellende Matrix von F bezüglich der Basen

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

auf.

Aufgabe 4. Zeigen Sie für F wie in Aufgabe 3:

$$\dim \ker(F) = 0\ ,\ \dim \mathrm{im}\,(F) = 3\ .$$

Bestimmen Sie ein Komplement von $\mathrm{im}\,(F)$, indem Sie eine Basis, bestehend aus passend gewählten Einheitsvektoren, angeben.