1. Wightman Axiome

Eine *Allgemeine Quantenfeldtheorie* (AQFT) in Dimension n besteht aus folgenden Daten:

(1) Einen separablen Hilbertraum $\mathcal{H}$
(2) Eine unitäre Darstellung $U : \overline{\mathfrak{P}} \to \mathcal{U}(\mathcal{H})$ der universellen Überlagerung $\overline{\mathfrak{P}}$ der Poincaregruppe

$$\mathfrak{P} = \mathbb{R}^n \ltimes O(1, n-1)$$

wobei $O(1, n-1)$ die Lorentzgruppe bezeichnet, d. h. $g \in O(1, n-1) \subset GL_n(\mathbb{R})$ g. d. w. $g^T \Lambda g = \Lambda$ mit $\Lambda = \operatorname{diag}(1, -1, \ldots, -1)$. Ferner sei $\mathfrak{L} = \mathbb{R}^n \ltimes SO^{\uparrow}(1, n-1) \subset \mathfrak{P}$ die Zusammenhangskomponente der 1 in $\mathfrak{P}$, $\overline{\mathfrak{L}}$ die universelle Überlagerung von $\mathfrak{L}$ und $\kappa : \overline{\mathfrak{P}} \to \mathfrak{P}$ die kanonische Projektion.
(3) Eine Familie von Feldoperatoren ϕ_a, mit $a \in I$, die einen dichten Untervektorraum $D \subset \mathcal{H}$ als gemeinsamen Definitionsbereich haben

Definition 1.1. Es sei

$$\langle x|y\rangle = x^T \Lambda y = x_0 y_0 - \sum_{i=1}^{n-1} x_i y_i$$

und $x^2 = \langle x|x\rangle$ für $x, y \in \mathbb{R}^n$. Dann bezeichnen wir

$$C_+ = \{x \in \mathbb{R}^n : x^2 \geq 0,\, x_0 \geq 0\}$$

als *Vorwärtslichtkegel.*
Zwei Punkte $x, y \in \mathbb{R}^n$ heißen *räumlich* getrennt, falls $(x-y)^2 < 0$.

Es werden durch

$$(x, 1) \mapsto U(x, 1) = \prod_{i=1}^{n} U(x_i, 1) \quad \text{für alle } x = (x_0, \ldots, x_{n-1}) \in \mathbb{R}^n$$

n unitäre, paarweise kommutierende Einparametergruppen definiert. Nach dem Satz von Stone gibt es n selbstadjungierte, paarweise kommutierende Operatoren $P_i : D_{P_i} \to \mathcal{H}$ mit

$$\begin{aligned} U(x_0, 1) &= e^{ix_0 P_1} \\ U(x_i, 1) &= e^{-ix_i P_i} \quad \text{für alle } i = 1, \ldots, n-1\,. \end{aligned}$$

P_0 wird als Energieoperator und P_i, für $i = 1, \ldots, n-1$ als Impulsoperatoren bezeichnet. Die Spektralscharen $\{E^i_\lambda\}_{\lambda \in \mathbb{R}}$ zu P_i kommutieren paarweise, so dass durch

$$E_p = E^0_{p_0} \cdots E^{n-1}_{p_{n-1}} \quad \text{für alle } (p_0, \ldots, p_{n-1}) \in \mathbb{R}^n$$

eine Spektralschar auf $\mathbb{R}^n$ definiert wird, für die nach dem Satz von Fubini

$$U(x, 1) = \int e^{i\langle x|p\rangle}\, d\mu_{E_p} \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}^n$$

gilt.

Axiom 1.1. ***Kovarianz***

- *Es gibt genau einen Vektor Ω, mit $U(g)\Omega = \Omega$ für alle $g \in \overline{\mathfrak{P}}$, den man als Vakuumvektor bezeichnet.*
- *Der Träger der Spektralschar $\{E_p\}_{p \in \mathbb{R}^n}$ ist in C_+ enthalten, d. h. $E_p = 0$ für alle $p \in \mathbb{R}^n \setminus C_+$.*

Axiom 1.2. ***Felder*** *Sei $f \in \mathscr{S}(\mathbb{R}^n)$ eine Schwartzfunktion. Dann ist*

$$\phi_a(f) = \int \phi_a(x) f(x)\, dx^n$$

ein Operator auf $D \subset \mathcal{H}$ und das Funktional

$$f \mapsto \langle \xi | \phi_a(f) \eta \rangle$$

ist eine temperierte Distribution für alle $\xi, \eta \in D$. ϕ_a bezeichnet man als operatorwertige Distribution. Für den Untervektorraum D soll gelten:

(1) $U(a,g)D = D \quad$ *für alle* $(a,g) \in \overline{\mathfrak{P}}$
(2) $\phi_a(f)D \subset D \quad$ *für alle* $a \in I$, $f \in \mathscr{S}(\mathbb{R}^n)$

Das obige Axiom ist für skalare Felder formuliert, d. h. $\langle \xi | \phi_a(x) \eta \rangle$ entspricht einer komplexen Zahl. Man will auch Felder zulassen, die mehrere Spinor- oder Tensorkomponenten haben. Dann muss man für jeden Typ i und jede Komponente λ Testfunktionen $f^{i\lambda}$ zulassen und das Axiom schreibt sich in Summennotation

$$\phi_a(f) = \sum_i \int \phi^i_{a,\lambda}(x) f^{i\lambda}(x)\, dx^n \tag{1.1}$$

Axiom 1.3. ***Adjungierte Felder*** *Für jedes Feld ϕ_a ist $\phi_a(f)$ selbstadjungiert, falls $\overline{f} = f \in \mathscr{S}(\mathbb{R}^n)$. Daraus folgt*

$$\phi_a(\overline{f}) = \phi^*_a(f) \quad \text{für alle } f \in \mathscr{S}(\mathbb{R}^n)\,.$$

Axiom 1.4. ***Transformationen*** *Auf den Feldern ist eine Wirkung von $\overline{\mathfrak{L}}$ definiert.*

$$U(a,g)\phi_a(f)U^{-1}(a,g) = \sum_i M^{i,\rho}_\lambda(g^{-1}) \mid \det \kappa(g) \mid \phi^i_{a,\rho}\left((a,\kappa(g))^{-1} f^{i\lambda}\right)$$

für $f^{i\lambda} \in S(\mathbb{R}^n)$, b. z. w. in der Schreibweise von Gleichung (1.1)*:*

$$U(a,g)\phi^i_{a,\lambda}U^{-1}(a,g) = M^{i,\rho}_\lambda(g^{-1})\phi^i_{a,\rho}((a,\kappa(g))^{-1}x)$$

wobei $M(g)$ eine endlichdimensionale Darstellungsmatrix von $g \in \overline{\mathfrak{L}}$ sein soll.

Axiom 1.5. ***Lokalität*** *Seien $f, h \in \mathscr{S}(\mathbb{R}^n)$. Dann gilt*

$$\left[\phi^i_a(f), \phi^j_b(h)\right]_{(+)} = 0\,,$$

falls $(x-y)^2 < 0$ für alle $x \in supp\ f$ und $y \in supp\ h$, also falls die Träger von f und h voneinander räumlich getrennt sind.

Axiom 1.6. ***Vollständigkeit*** *Der Unterrraum*

$$span\{\phi_{a_1}(f_1)\ldots\phi_{a_n}(f_n)\,\Omega : \, n \in \mathbb{N},\, a_i \in I,\, f_i \in \mathscr{S}(\mathbb{R}^n)\}$$

ist dicht in $\mathcal{H}$.

2. Korrelationsfunktionen

2.1. **Rekonstruktionstheorem.** Im Folgenden betrachten wir eine AQFT mit nur einem skalaren Feld ϕ. Dann wird durch

$$W_N : \mathscr{S}(\mathbb{R}^n) \times \ldots \times \mathscr{S}(\mathbb{R}^n) \to \mathbb{C}$$
$$(f_1, \ldots, f_N) \mapsto \langle \Omega | \phi(f_1) \cdots \phi(f_N) \Omega \rangle$$

nach dem Feld-Axiom eine in den einzelnen Einträgen stetige N-Linearform auf $\mathscr{S}(\mathbb{R}^n)$ definiert. Nach dem Nuklearitätstheorem von Schwartz gibt es eine temperierte Distribution $T_N \in \mathscr{S}'(\mathbb{R}^{nN})$ mit $W_N(f_1, \ldots, f_N) = T_N(f_1 \otimes \cdots \otimes f_N)$.

Definition 2.1. Man bezeichnet T_N als *Wightmandistribution*, *Vakuumerwartungswert* oder *Korrelationsfunktion* und bezeichnet diese wieder mit W_N.

Proposition 2.1. *Die zu einer AQFT assoziierte Korrelationsfunktion* $W_N \in \mathscr{S}'(\mathbb{R}^{nN})$, *für* $N \in \mathbb{N}$, *hat folgende Eigenschaften:*

W1 ***Kovarianz*** W_N *ist invariant unter der Wirkung von* $\overline{\mathfrak{L}}$, *d. h.*

$$W_N(x^1,\ldots,x^N) = W_N((a,g)x^1,\ldots,(a,g)x^N) \quad \textit{für alle } (a,g)\in\overline{\mathfrak{L}},\ f_i\in\mathscr{S}(\mathbb{R}^n)\,.$$

W2 ***Lokalität*** *Für* $N \in \mathbb{N}$ *und* $1 \le j < N$ *gilt*

$$W_N(x^1,\ldots,x^j,x^{j+1},\ldots,x^N) = W_N(x^1,\ldots,x^{j+1},x^j,\ldots,x^N)\,,$$

falls $(x^j - x^{j+1})^2 < 0$.

W3 ***Spektrum*** *Für jedes* $N > 0$ *existiert eine temperierte Distribution* $M_N \in \mathscr{S}'(\mathbb{R}^{n(N-1)})$ *deren Träger in* C_+^{N-1} *enthalten ist, so dass*

$$W_N(x^1,\ldots,x^N) = \widehat{M_N}(x^1-x^2,\ldots,x^{N-1}-x^N)\,,$$

wobei $\widehat{M_N}$ *die Fouriertransformierte von* M_N *bezeichnet. (Sei* $T\in\mathscr{S}'(\mathbb{R}^m)$, *dann ist* $\widehat{T}(f) := T(\widehat{f})$ *für alle* $f\in\mathscr{S}(\mathbb{R}^m)$*)*

W4 ***Positiv definit*** *Für jede Folge* $f_N \in \mathscr{S}(\mathbb{R}^{nN})$, *mit* $N\in\mathbb{N}$, *ist*

$$\sum_{M,N=0}^{k} W_{M+N}(\overline{f}_M \otimes f_N) \ge 0\,.$$

Proof. Aus Axiom 1.1 und 1.4 folgt

$$\begin{aligned}
&W_N((a,g)x^1,\ldots,(a,g)x^N)\\
&= \langle\Omega|\phi((a,g)x^1)\phi((a,g)x^2)\cdots(\phi((a,g)x^N)\Omega\rangle\\
&= \langle\Omega|U(a,g)^{-1}\phi(x^1)U(a,g)U(a,g)^{-1}\phi(x^2)U(a,g)\cdots U(a,g)^{-1}\phi(x^N)U(a,g)\Omega\rangle\\
&= W_N(x^1,\ldots,x^N)\,.
\end{aligned}$$

und damit W1. Ebenso sind W2 und W4 direkte Konsequenzen aus Axiom 1.5 und Axiom 1.3.

Die Korrelationsfunktion $W_N(x^1,\ldots,x^N)$ hängt nur von den Differenzen $\xi^j = x^j - x^{j+1}$ ab, mit $j = 1,\ldots,N-1$, denn nach Axiom 1.1 und 1.4 gilt

$$\begin{aligned}
&W_N(x^1,\ldots,x^N)\\
&= \langle\Omega|\phi(x^1)\phi(x^2)\cdots\phi(x^N)\Omega\rangle\\
&= \langle\Omega|U(x^1,1)^{-1}\phi(0)U(x^1,1)U(x^2,1)^{-1}\phi(0)U(x^2,1)\cdots U(x^N,1)^{-1}\phi(0)U(x^N,1)\Omega\rangle\\
&= \langle\Omega|\phi(0)U(x^1-x^2,1)\phi(0)U(x^2-x^3,1)\cdots U(x^{N-1}-x^N,1)\phi(0)\Omega\rangle\\
&= w_N(\xi^1,\ldots,\xi^{N-1})\,.
\end{aligned}$$

Es ist nun

$$\begin{aligned}
&\widehat{w_N}(p^1,\ldots,p^{N-1})\\
&= \frac{1}{(2\pi)^{n(N-1)}}\int w_N(\xi^1,\ldots,\xi^{N-1})e^{-i\sum\langle p^k|\xi^k\rangle}\,d\xi^1\cdots d\xi^{N-1}\\
&= \frac{1}{(2\pi)^{n(N-1)}}\int \langle\Omega|\phi(0)U(\xi^1,1)\phi(0)U(\xi^2,1)\cdots U(\xi^{N-1},1)\phi(0)\Omega\rangle e^{-i\sum\langle p^k|\xi^k\rangle}\,d\xi^1\cdots d\xi^{N-1}\\
&= \frac{1}{(2\pi)^{n(N-1)}}\int \langle\Omega|\phi(0)e^{i\langle\xi^1|q^1-p^1\rangle}\phi(0)\cdots\phi(0)e^{i\langle\xi^{N-1}|q^{N-1}-p^{N-1}\rangle}\phi(0)\Omega\rangle\,d\mu_{E_{q_1}}\cdots d\mu_{E_{q_k}}\,d\xi^1\cdots d\xi^{N-1}\\
&= \int\langle\Omega|\phi(0)\delta_{\Lambda(q^1-p^1)}\phi(0)\cdots\phi(0)\delta_{\Lambda(q^{N-1}-p^{N-1})}\phi(0)\Omega\rangle\,d\mu_{E_{q^1}}\cdots d\mu_{E_{q^k}}\\
&= \langle\Omega|\phi(0)E_{p^1}\phi(0)\cdots\phi(0)E_{p^{N-1}}\phi(0)\Omega\rangle = 0
\end{aligned}$$

falls $p^i \in \mathbb{R}^n \setminus C_+$ für ein $i = 0,\ldots,n-1$. Setze nun $M_N = \widehat{w_N}$ und die Behauptung folgt aus $\widehat{\cdot}^2 = id$. $\square$

Eine AQFT liefert also eine Folge von Korrelationsfunktionen W_N, mit den Eigenschaften W1 bis W4. Das Rekonstruktionstheorem liefert die Umkehrung dieser Aussagen.

Theorem 2.2. *Es sei eine Folge $W_N \in \mathscr{S}'(\mathbb{R}^{nN})$, mit $N \in \mathbb{N}$, von temperierten Distributionen vorgegeben, welche den Eigenschaften W1 bis W4 genügt, dann gibt es eine AQFT, mit den W_N als Korrelationsfunktionen.*

2.2. **Analytische Fortsetzbarkeit.** Sei $W_N \in \mathscr{S}'(\mathbb{R}^{nN})$ eine Korrelationsfunktion, $w_N \in \mathscr{S}'(\mathbb{R}^{n(N-1)})$ wie im Beweis von Prop. 2.1

$$W_N(x^1, \dots, x^N) = w_N(\xi^1, \dots, \xi^{N-1}),$$

mit $\xi^k = x^k - x^{k+1}$, für $k = 1, \dots, N-1$. Nach W3 aus Prop. 2.1 gibt es eine temperierte Distribution $M_N \in \mathscr{S}'(\mathbb{R}^{n(N-1)})$ mit Träger in C_+^{N-1}, so dass

(2.1)

$$w_N(\xi^1, \dots, \xi^{N-1}) = \frac{1}{(2\pi)^{n(N-1)}} \int M_N(p^1, \dots, p^{N-1}) e^{-i\sum\langle p^k|\xi^k\rangle}\, dp^1 \cdots dp^{N-1}.$$

Der Definitionsbereich $\mathbb{R}^n$ von w_N wird in drei Schritten erweitert.

I Ersetze $\xi^k \mapsto \zeta^k = \xi^k + i\eta^k$, dann ist der Integrand von (2.1)

$$M_N(p) e^{-i\sum\langle p^k|\xi^k\rangle} e^{\sum\langle p^k|\eta^k\rangle}.$$

Dieser definiert wieder eine Distribution, falls $\sum\langle p^k|\eta^k\rangle \leq 0 \quad$ für alle $p^k \in C_+$. Das ist für $\zeta = (\zeta^1, \dots, \zeta^{N-1}) \in \mathscr{T}^{N-1} = \mathbb{R}^{n(N-1)} \times -\overset{\circ}{C}{}_+^{N-1} \subset \mathbb{C}^{n(N-1)}$, dem offenen *inversen Lichtzylinder*, erfüllt.

II Sei $\zeta \in \mathscr{T}_{N-1}$ und $g \in \mathfrak{L}$, so dass $g\zeta \in \mathscr{T}_{N-1}$. Nach W1 in Proposition 2.1 definiert w_N und $w_N \cdot g$ eine analytische Fortsetzung von $w_N \mid_{\mathbb{R}^n}$ auf $\mathscr{T}_{N-1} \cap g^{-1}\mathscr{T}_{N-1}$ (offen und nichtleer). Da diese eindeutig ist, folgt

$$w_N(g\zeta) = w_N(\zeta).$$

Das lässt sich für g in $\mathfrak{L}(\mathbb{C}) = \{g \in GL_n(\mathbb{C}) : g^T\Lambda g = \Lambda\}$ verallgemeinern. Betrachte nun die offene und zusammenhängende Menge

$$\mathscr{T}_{N-1}^e = \bigcup_{g \in \mathfrak{L}(\mathbb{C})} g\mathscr{T}_{N-1} = \{g\zeta : \zeta \in \mathscr{T}_{N-1}\} \subset \mathbb{C}^{n(N-1)}.$$

Sei $\zeta \in \mathscr{T}_{N-1}^e$. Dann gibt es ein $g \in \mathfrak{L}(\mathbb{C})$ und ein $\zeta' \in \mathscr{T}_{N-1}$ mit $\zeta = g\zeta'$. Setze

$$w_N(\zeta) = w_N(\zeta').$$

Das ist wohldefiniert, denn sei $\zeta = h\zeta''$, dann ist $\zeta'' = h^{-1}g\zeta'$ und somit

$$w_N(\zeta'') = w_N(h^{-1}g\zeta') = w_N(\zeta'').$$

III Sei nun

$$\mathscr{T}_{N-1}^{pe} = \bigcup_{\sigma \in S_{N-1}} \sigma(\mathscr{T}_{N-1}^e) \subset \mathbb{C}^{n(N-1)},$$

mit $\sigma(\mathscr{T}_{N-1}^e) = \{\zeta^\sigma = (\zeta_{\sigma(1)}, \dots, \zeta_{\sigma(N-1)}) : \zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_{N-1}) \in \mathscr{T}_{N-1}^e\}$. Ähnlich wie in II kann man unter Verwendung von W2 in Proposition 2.1 eine analytische Fortsetzung von w_N auf $\mathscr{T}_{N-1}^{pe}$ definieren.

Theorem 2.3. *$\mathscr{T}_{N-1}^{pe}$ enthält die euklidischen Punkte $E_{N-1} \setminus \triangle$, mit*

$$E = \{(ix_0, x_1, \dots, x_{n-1}) \in \mathbb{C}^n : x_k \in \mathbb{R} \quad \textit{für alle } k\}$$

und $\triangle = \{(\xi^1, \dots, \xi^{N-1}) \in E_{N-1} : \xi^j = 0\,$für ein $j \leq N-1\}$. Damit existiert eine analytische Fortsetzung, die Schwingerfunktionen, von w_N auf $E_{N-1} \setminus \triangle$

$$s_N = w_N \mid_{E_{N-1} \setminus \triangle}.$$

3. S-Matrix und LSZ-Formel

Es sei eine AQFT mit einem skalaren Feld ϕ und Dimension $n = 4$ vorgegeben. Wir schreiben $(t, x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$. Wir definieren

$$H_0 = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} (\partial_t \phi(t,x))^2 + \sum_{i=1}^{3} (\partial_{x_i} \phi(t,x))^2 + m^2 \phi(t,x)^2 \, dx$$

$$H_I = \int_{\mathbb{R}^3} P(\phi(x)) \, dx$$

wobei $m > 0$ und P ein Polynom sei. H_0 bezeichnet man als *Hamiltonoperator* des freien Feldes, H_I als dessen Störung und $H = H_0 + H_I$ als den vollen Hamiltonoperator. Sei $v \in D$ der Zustand eines Teilchens. Im Heißenbergbild beschreibt $e^{itH} v$ die zeitliche Entwicklung des Teilchens. Demnach würde

$$\lim_{t \to -\infty} e^{itH} v \qquad \lim_{t \to +\infty} e^{itH} v \,,$$

den Anfangs-, bzw. Endzustand des Teilchens beschreiben. Die Limiten werden i. A. nicht existieren, weil das Teilchen im Unendlichen verschwindet. Wir setzen daher

$$|in\rangle = \lim_{t \to -\infty} e^{-itH_0} e^{itH} v \quad |out\rangle = \lim_{t \to \infty} e^{-itH_0} e^{itH} v \,.$$

Durch $S|in\rangle = |out\rangle$ wird der sog. *Streuungsoperator* definiert. Es ist

$$S = \lim_{t_0 \to -\infty,\, t_1 \to \infty} e^{-it_1 H_0} e^{i(t_1 - t_0)H} e^{it_1 H_0}$$

in der starken Topologie und damit S unitär. Die Familie der "Matrizenelemente" $\langle out|S\, in\rangle$ bezeichnet man als *Streuungsmatrix.*
Bei Streuungsprozessen betrachtet man

$$|in\rangle = \{k \text{ eingehende Teilchen mit Impulsen } p^i, \text{ für } i = 1, \dots, k\}$$
$$|out\rangle = \{l \text{ ausgehende Teilchen mit Impulsen } q^j, \text{ für } j = 1, \dots, l\} \,,$$

und $\langle out|S\, in\rangle$ gibt die Übergangswahrscheinlichkeit an. Sei $\pi = \partial_t \phi$ der sog. *konjungierte Implus.* Es gelten die Heisenbergschen Kommutatorrelationen

$$[\phi(t,x), \pi(t,y)] = i\delta(x - y) \,, \quad [\phi(t,x), \phi(t,y)] = [\pi(t,x), \pi(t,y)] = 0 \,.$$

Ferner sei

$$\widehat{\phi}(0,p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} e^{ix \cdot p} \phi(0,x) \, dx \,, \quad \widehat{\pi}(0,p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} e^{ix \cdot p} \pi(0,x) \, dx$$

Wir definieren den *Vernichtungsoperator*

$$a(p) = \frac{\omega_p \widehat{\phi}(0,p) + i\widehat{\pi}(0,p)}{\sqrt{2\omega_p}} \quad \text{mit } \omega_p = \sqrt{m^2 + p^2}$$

und den *Erzeugungsoperator* $a^*(p)$, der ein Teilchen mit Impuls p erzeugt. Es ist dann

$$|in\rangle = a^*(p^k) \cdots a^*(p^1)\Omega \,, \quad |out\rangle = a^*(q^l) \cdots a^*(q^1)\Omega$$

und die Übergangswahrscheinlichkeit berechnet sich zu

$$\langle \Omega | a(q^1) \cdots a(q^l) S a^*(p^k) \cdots a^*(p^1) \Omega \rangle \,.$$

Sei W_N, für $N \in \mathbb{N}$, eine Korrelationsfunktion. Wir definieren für $P^i = (\omega_{p^i}, p^i), x^i = (x_0^i, \dots, x_3^i) \in \mathbb{R}^4$, für $i = 1, \dots, N$,

$$\widehat{W}_N^{\mathcal{T}}(P^1, \dots, P^N) = \int \langle \Omega | \mathcal{T}(\phi(x^1) \cdots \phi(x^N)) \Omega \rangle e^{i \sum_{i=1}^N \langle P^i | x^i \rangle} \, dx^1 \cdots dx^N$$

mit dem *Normalordnungsoperator* $\mathcal{T}(\phi(x^1) \cdots \phi(x^N)) = \phi(x^{i_1} \cdots \phi(x^{i_N})$, so dass $x_0^{i_j} \geq x_0^{i_{j+1}}$ gilt (ist $x_0^{i_j} = x_0^{i_{j+1}}$ so ist wegen W2 Prop. 2.1 die Ordnung egal).

Theorem 3.1. ***(LSZ-Formel)*** *Es gilt*

$$\begin{aligned}&\langle\Omega|a(q^1)\cdots a(q^l)Sa^*(p^k)\cdots a^*(p^1)\Omega\rangle\\&= i^{k+j}\prod_{j=1}^{l}\widehat{\triangle}(q^j)\prod_{i=1}^{k}\widehat{\triangle}(-p^i)W_{l+k}(Q^1,\ldots,Q^l,-P^1,\ldots,-P^k)\end{aligned}$$

wobei

$$\triangle(\xi)=\langle\Omega|\mathcal{T}(\phi(x^1)\phi(x^2))\Omega\rangle\,,$$

mit $\xi = x^1 - x^2$.