Prof. Dr. R. Wulkenhaar
PD Dr. T. Timmermann **SS 16**

Übungen zu Mathematik für Physiker II

Abgabe: bis Donnerstag, den 23.6.2016, 10 Uhr in den Briefkästen Blatt 9

Aufgabe 1. Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ eine 2π-periodische und stückweise stetige Funktion, $\theta \in \mathbb{R}$ und $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ definiert durch $g(x) = f(x - \theta)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(a) Welcher Zusammenhang ergibt sich zwischen $\hat{f}(k)$ und $\hat{g}(k)$?

(b) Folgern Sie: Ist $\theta \in \mathbb{R} \setminus (\mathbb{Q}\pi)$ und $f = g$, so muß f konstant sein.

Aufgabe 2. Sei $f\colon [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ eine stückweise stetige Funktion. Zeigen Sie:

(a) Die Fourier-Reihe von f hat dann die Gestalt

$$(Sf)(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)).$$

Wie berechnen sich die Koeffizienten a_k, b_k aus den Fourier-Koeffizienten von f? Wie direkt aus f durch Integration?

(b) Was läßt sich über die Koeffizienten a_k und b_k aussagen, wenn f gerade oder ungerade ist?

Aufgabe 4. (a) Berechnen Sie die Fourier-Entwicklung der Funktion $f\colon [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^4$.

(b) Begründen Sie, daß $f(\pi) = (Sf)(\pi)$, und folgern Sie die Gleichung

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

Aufgabe 4. Berechnen Sie die Determinanten folgender Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 \\ 1 & 5 & 10 & 10 \\ 1 & 6 & 15 & 20 \\ 1 & 7 & 21 & 35 \end{pmatrix}.$$