

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe: Donnerstag, 11.12.08, bis 14h00 in den Briefkästen

Blatt 8

Aufgabe 1. Man bestimme alle Lösungen der folgenden DGL:

(a) $y' = x^3 + \cos x$

(b) $y' = (1 + x^2)(1 + y^2)$

(c) $y' = \frac{1}{y} \sqrt{1 - y^2}$ für $0 < y < 1$

Aufgabe 2. Löse $y' + \frac{y}{1+x} + (1+x)y^4 = 0$ mit Anfangsbedingung $y(0) = -1$.
Hinweis: Setze $z(x) = \frac{1}{y^3(x)}$.

Aufgabe 3. Man löse die DGL $y'' - y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ mit dem Picard-Lindelöfschen Iterationsverfahren.

Aufgabe 4. Man betrachte die DGL $y' = f(x, y)$ mit $y(0) = 0$ und $f(x, y) = y^2 + x^2$.
Zeigen Sie:

a) Setzt man $|y'(x)| \leq 1$ voraus, so liegt die Lösung der DGL mit $y(0) = 0$ im Dreieck mit den Ecken $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}\sqrt{2}, 0)$, $(\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2})$.

b) Bestimme $y_3(x)$, wenn $y_{k+1}(x) := \int_0^x (t^2 + y_k^2(t)) dt$ gesetzt ist.