

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe: Donnerstag, 22.01.09, bis 14h00 in den Briefkästen

Blatt 12

Aufgabe 1. Berechnen Sie folgende Integrale:

a) $\int_Q d(x, y, z) \frac{\sin x}{(1 + y^2)(2 - z)}$ mit $Q = [0, 1]^3$

b) $\int_M d(x, y) (x^2 + xy)$ mit $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 6, x^2 \leq 3y\}$.

Aufgabe 2. Berechnen Sie:

a) $\int_M d(x, y) e^{xy} x^{\frac{3}{2}}$ mit $M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, y^2 \leq x \leq 4\}$

b) $\int_E d(x, y) x(y + 1)$ mit $E := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \leq 1 \right\}$.

Aufgabe 3. Der Schwerpunkt eines homogenen Körpers $K \subset \mathbb{R}^3$ mit dem Volumen V_K ist das Integraltupel

$$\frac{1}{V_K} \left(\int_K d(x, y, z) x, \int_K d(x, y, z) y, \int_K d(x, y, z) z \right)$$

Berechnen Sie den Schwerpunkt von

$$K := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Aufgabe 4. Das Trägheitsmoment eines homogenen Körpers K der Dichte 1 bezüglich der Geraden L als Drehachse ist das Integral $\Theta = \int_K d(x, y, z) (d((x, y, z), L))^2$, wobei $d((x, y, z), L)$ den Abstand des Punktes (x, y, z) von der Drehachse L bezeichnet.

Berechnen Sie das Trägheitsmoment von

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| \leq 1, y^2 + z^2 \leq 25\}$$

bezüglich der x -Achse.