Prof. Dr. R. Wulkenhaar **WS 10/11**
Dr. T. Timmermann

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe: Bis 07.12.2010, vor der Vorlesung in den Briefkästen Blatt 8

Aufgabe 1. Bestimme die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

(a) $x'''(t) + 2x''(t) - 7x'(t) + 4x(t) = 0$. (*Hinweis:* Errate eine Wurzel.)

(b) $x''(t) - 2x'(t) + 10x(t) = 0$.

(c) $x''(t) + 4x(t) = \sin 3t$. (*Hinweis:* Probiere den Ansatz $x_p(t) = C \sin 3t$.)

Aufgabe 2. Eine Masse m wird von einem Punkt O aus mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geschossen und erfährt bei ihrer Bewegung die Erdanziehung g und den zur Bewegungsgeschwindigkeit proportionalen Luftwiderstand K.

(a) Stelle eine Differentialgleichung für die Höhe $x(t)$ der Masse (über dem Punkt O) in Abhängigkeit von der Zeit t auf. (*Hinweis:* Benutze statt K die Größe $k := K/m$)

(b) Bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

(c) Bestimme die Lösung des Anfangswertproblems $x(0) = 0$, $x'(0) = v_0$.

(d) Zu welchem Zeitpunkt erreicht die Masse ihre maximale erreichte Höhe?

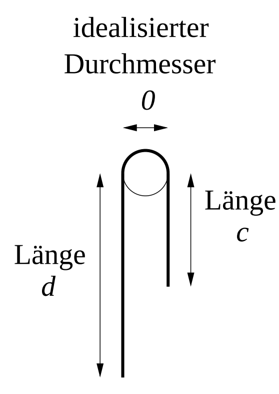
Aufgabe 3. Eine Kette mit Masse m hängt zum Zeitpunkt $t = 0$ über einem glatten Rundholz c Meter auf der einen und $d > c$ Meter auf der anderen Seite herab und gleitet infolge der Erdanziehung g herunter.

(a) Stelle eine Differentialgleichung für die Länge $x(t)$ der Kette, die bis zum Zeitpunkt t über das Rundholz geglitten ist, auf. (*Hinweis:* Verwende den Parameter $v := \sqrt{\frac{2g}{c+d}}$.)

(b) Bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

(c) Bestimme die Lösung des Anfangswertproblems $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$.

(d) Zu welchem Zeitpunkt ist die Kette heruntergeglitten?



Aufgabe 4. Sei $x_{(1)}$ eine Lösung der Differentialgleichung $x''(t) + a(t)x'(t) + b(t)x(t) = 0$ mit $x_{(1)}(t) \neq 0$ für alle $t \in I$. Eine zweite Lösung $x_{(2)}$ kann manchmal mit dem Ansatz $x_{(2)}(t) = u(t)x_{(1)}(t)$ bestimmt werden.

(a) Gib die Differentialgleichung für u an, zu der dieser Ansatz führt.

(b) Setze in der erhaltenen Differentialgleichung $u'(t) = v(t)$ und gib eine allgemeine Lösung der entstehenden Differentialgleichung für v an.

(c) Wende das soeben beschriebene Verfahren auf die DGL $x''(t) + \frac{1}{t}x'(t) - \frac{1}{t^2}x(t) = 0$, $t > 0$, mit der speziellen Lösung $x_{(1)}(t) = t$ an.