Prof. Dr. R. Wulkenhaar **WS 13/14**

Übungen zu Mathematik für Physiker I

Abgabe: Donnerstag, 12.12.2013 bis 10h00 in den Briefkästen Blatt 8

Aufgabe 1. (a) Das Polynom $f(z) = z^4 - z^3 - 11z^2 - 35z - 50$ hat die Nullstellen $z_1 = -2$ und $z_2 = 5$. Bestimmen Sie die beiden anderen Nullstellen $z_3, z_4 \in \mathbb{C}$.

(b) Es sei $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ und $g(x) = x^2 - 2x + 3$. Bestimmen Sie die durch $f(x) = q(x)g(x) + r(x)$ definierten Polynome q, r mit $\deg(r) \leq 1$.

Aufgabe 2. Berechnen Sie folgende Reihen:

(a) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$$ (b) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

(c) $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4n^2+8n+3}$$ (d) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n+3)}$$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Konvergenzradien folgender Potenzreihen:

(a) $$A(z) = \sum_{n=0}^{\infty} n! z^n$$ (b) $$B(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \Big(\frac{n+1}{n}\Big)^{n^2} (-z)^n$$

(c) $$C(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+k)!}\Big(\frac{z}{2}\Big)^{2n+k}, \quad k \in \mathbb{N}$$ (d) $$D(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)} z^n$$

Aufgabe 4. Es sei $f(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n!)} z^{2n}$. Beweisen Sie:

(a) Der Konvergenzradius von f ist ∞.

(b) Für alle $z \in \mathbb{C}$ gilt $2f(z) \cdot f(z) = f(2z) + 1$.
Hinweis: Ergänzen Sie den in der Doppelsumme entstehenden Ausdruck zu $\sum_{k=0}^{n} \binom{2n}{2k}$ und berechnen Sie diese Summe der Binomialkoeffizienten als Funktion von n.