Prof. Dr. Raimar Wulkenhaar
Alexander Hock

WS 18/19

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Physiker III

Abgabe: Freitag, 30.11.2018 bis 10h00 in den Briefkästen — Blatt 7

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme:

(a) $x'' + x' - 2x = t^2, \qquad x(0) = -\frac{3}{4}, \quad x'(0) = \frac{5}{2}$

(b) $x''' + 2x'' - x' - 2x = a, \quad x(0) = a, \quad x'(0) = -a, \quad x''(0) = 3a, \quad a \in \mathbb{R}$

(c) $x'' - 2x' + x = -1 + t, \qquad x(0) = 2, \quad x'(0) = 3$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

(a) $x'' - 2x' - 3x = e^{-t}$

(b) $x'' - x' + x = \cos(t\sqrt{3}/2)$

(c) $x'' + 6x' + 9x = 12t^2e^{-3t}$

Aufgabe 3. Die Schwingungsdifferentialgleichung mit Reibung und periodischer äußerer Kraft lautet

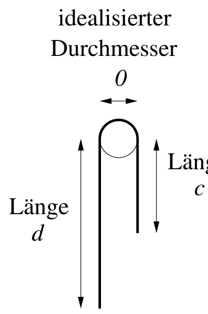
$$x''(t) + 2rx'(t) + \omega^2 x(t) = b\cos(\Omega t), \qquad \omega, \Omega, r, b > 0$$

(a) Geben Sie ein reelles Lösungsfundamentalsystem der homogenen Gleichung an, in Abhängigkeit vom Vorzeichen von $\omega - r$.

(b) Lösen Sie die inhomogene Gleichung für $\omega > r > 0$.

(c) Die Lösung $\tilde{x}(t)$ der inhomogenen DGL kann auch in der Form $\tilde{x}(t) = A\cos(\Omega t + \delta)$ angegeben werden. Berechnen Sie Amplitude A und Phasenverschiebung δ.

Aufgabe 4. Eine Kette mit Masse m hängt zum Zeitpunkt $t = 0$ über einem glatten Rundholz (dessen Durchmesser wir vernachlässigen) auf der einen Seite die Länge c und auf der anderen Seite die Länge $d > c$ herab. Infolge der der Erdanziehung g setzt sich die Kette in Bewegung und wird zu einem Zeitpunkt $t_0 > 0$ heruntergeglitten sein.



(a) Stellen Sie eine Differentialgleichung für die Länge $x(t)$ der Kette, die bis zum Zeitpunkt t über das Rundholz geglitten ist, auf. (*Hinweis:* Verwenden Sie den Parameter $\upsilon := \sqrt{\frac{2g}{c+d}}$.)

(b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

(c) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$.

(d) Zu welchem Zeitpunkt ist die Kette heruntergeglitten?