

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Physiker I

Zur Besprechung in den Übungen, keine Abgabe

Blatt 0

Aufgabe 1. Die Negation einer Aussage X ist eine Aussage Y , die genau dann wahr ist, wenn X falsch ist. Die Negation von “*Nachts sind alle Katzen grau*” ist beispielsweise “*Nachts gibt es eine Katze, die nicht grau ist*”. Formulieren Sie die Negation folgender Aussagen:

- (a) Wenn es regnet, scheint nicht die Sonne.
- (b) Jeden Morgen trinkt Herr Müller einen Kaffee; es sei denn, es ist Sonntag.
- (c) Jeder Studierende fährt in Münster Fahrrad, außer es regnet.

Aufgabe 2. Zu finden sind zwei natürliche Zahlen die echt zwischen 1 und 100 liegen. Herr Produkt kennt das Produkt der Zahlen und Frau Summe kennt die Summe der Zahlen. Herr Produkt und Frau Summe führen die folgende Unterhaltung:

- Herr Produkt: “Ich kenne die beiden Zahlen nicht.”
- Frau Summe: “Ich kenne die beiden Zahlen auch nicht, aber ich wußte, daß Sie die Zahlen nicht kennen.”
- Herr Produkt: “Dann kenne ich die beiden Zahlen jetzt.”
- Frau Summe: “Dann kenne ich die beiden Zahlen jetzt auch.”

Welches der folgenden Zahlenpaare ist die richtige Lösung? (Wir setzen voraus, daß eines der angegebenen Paare richtig ist!)

11 und 13, 2 und 17, 4 und 11, 4 und 13.

Aufgabe 3. Seien N, M zwei n -elementige Mengen mit $n \in \mathbb{N}$ und $f : N \rightarrow M$. Zeigen Sie:

- (a) Wenn f injektiv ist, ist f surjektiv.
- (b) Wenn f surjektiv ist, ist f injektiv.
- (c) Die Anzahl der injektiven Abbildungen von N nach M ist $n!$.

Aufgabe 4. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sum_{k=0}^n k^3 &= \frac{n^2(n+1)^2}{4}, & \text{b) } \sum_{k=0}^n (2k+1) &= (n+1)^2, \\ \text{c) } \sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}, & n &\geq 1. \end{aligned}$$