

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Donnerstag, 13.04.06, vor der Vorlesung in den Briefkästen

Blatt 1

Aufgabe 1. Für $n \geq 1$ sei $f_n : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $(x \mapsto \frac{x}{n^2} e^{-\frac{x}{n}})$ erklärt. Zeige:

a) $(f_n)_{n \rightarrow \infty}$ konvergiert gleichmäßig gegen 0

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty f_n(t) dt = 1$

Aufgabe 2. Für $|x| < 1$ berechne $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 x^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)(2n+2)} x^{2n+2}$.

Aufgabe 3. Es sei p eine natürliche Zahl mit $1 \leq p \leq n+1$. Zeigen Sie, daß dann für das Restglied der Taylorschen Formel gilt: $\exists \xi \in]a, x[$ mit

$$R_{n+1}(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{p \cdot n!} (x - \xi)^{n+1-p} (x - a)^p .$$

Aufgabe 4. Zeigen Sie: Für $|x| < 1$ gilt $\ln \frac{1+x}{1-x} = 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$.