Prof. Dr. R. Wulkenhaar **SS 06**
Dr. R. Brüske

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Donnerstag, 11.05.06, vor der Vorlesung in den Briefkästen Blatt 5

Aufgabe 1. Es sei U eine Teilmenge des $\mathbb{R}^3$, gegeben durch

(a) $U := \{(x, y, z) \,|\, |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1\}$

(b) $U := \{(x, y, z) \,|\, x + yz = 0\}$

(c) $U := \{(x, y, z) \,|\, x + y - z = 5\}$

(d) $U := \{(x, y, z) \,|\, x - y - z = 0\}$.

Zeige (oder widerlege): U ist Untervektorraum des $\mathbb{R}^3$.

Aufgabe 2. Konstruieren Sie im $\mathbb{R}^2$ eine Folge $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ von paarweise verschiedenen Untervektorräumen U_n.

Aufgabe 3. Man bestimme ein Erzeugendensystem und eine Basis von $U := \mathrm{span}_K(v_1, \ldots, v_5)$, wenn

$$\begin{aligned} v_1 &= (1, 0, 1, 1, 1)\ , \\ v_2 &= (1, 0, 1, 0, 1)\ , \\ v_3 &= (0, 1, 0, 1, 0)\ , \\ v_4 &= (1, 1, 1, 1, 1)\ , \\ v_5 &= (1, -1, 1, -1, 1) \end{aligned}$$

ist.

Aufgabe 4. Sind im $\mathbb{R}^4$ die Vektoren

$$(1, 0, 1, 1)\ ,\ (1, 1, 0, 1)\ ,\ (1, 0, 0, 1)\ ,\ (0, 1, 0, 1)$$

linear unabhängig?

Aufgabe 5. Für eine natürliche Zahl $N \geq 3$ sei $F_N \subset \mathbb{C}^N$ die Menge aller Vektoren $(a_1, a_2, \ldots, a_N)$ mit $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ für $2 \leq n < N$.

(a) Zeigen Sie, daß F ist ein Untervektorraum ist.

(b) Für welche komplexen Zahlen $b, c \neq 0$ gilt $(b, b^2, \ldots, b^N) \in F$ und $(c, c^2, \ldots, c^N) \in F$?

(c) Zeigen Sie, daß (v_1, v_2) mit $v_1 := (b, b^2, \ldots, b^N)$ und $v_2 = (c, c^2, \ldots, c^N)$ ein Erzeugendensystem von F und sogar eine Basis von F ist.

(d) Berechnen Sie für $(a_1, a_2, \ldots, a_N) \in F$ die Zahl $a_r \in \mathbb{C}$, $3 \leq r \leq N$, falls $a_1 = 1, a_2 = 2$ gilt.