Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. R. Brüske

SS 06

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Donnerstag, 18.05.06, vor der Vorlesung in den Briefkästen — Blatt 6

Aufgabe 1. Man untersuche, welche der folgenden Systeme sich jeweils zu einer Basis ergänzen lassen und tue dies ggf. mit Vektoren der Standardbasis
a) $(1, 2, 3)$ im $\mathbb{R}^3$
b) $(1, 0, 0, 1)$, $(-1, 1, -1, 0)$ im $\mathbb{R}^4$
c) $(-1, 1, 0, 1)$, $(2, 0, 1, 0)$, $(1, 3, 2, 3)$ im $\mathbb{R}^4$
d) $(\mathrm{i}, 1, 1 + \mathrm{i})$, $(-\mathrm{i}, 1 + \mathrm{i}, 2)$ im $\mathbb{C}^3$.

Aufgabe 2. Man bestimme die Dimensionen von $U, W, U + W, U \cap W$ für folgende Unterräume U, W im gegebenen Vektorraum V
a) $V = \mathbb{R}^3$, $U = \{(x, y, z) \,|\, x+y = 0, -y+z = 0\}$, $W = \{(x, y, z) \,|\, x+z = 0, x-y-z = 0\}$
b) $V = \mathbb{R}^5$, $U = \mathrm{span}(x_1, x_2, x_3)$, $W = \mathrm{span}(y_1, y_2)$ mit

$$\begin{aligned} x_1 &= (1, 1, 0, 1, 0)\ ,\ x_2 = (0, 1, 1, 0, 1)\ ,\ x_3 = (0, 1, 1, 0, 0) \\ y_1 &= (0, 0, 1, 1, 0)\ ,\ y_2 = (1, 1, -1, 0, -1) \end{aligned}$$

Aufgabe 3. Sei $n \geq 2$. Untersuche, ob

$$(1, 1, 1, , \dots, 1),\ (1, 2, 1, \dots, 1),\ (1, 1, 3, 1, \dots, 1), \dots, (1, 1, 1, 1, \dots, 1, n)$$

eine Basis des $\mathbb{R}^n$ ist.

Aufgabe 4. Man zeige:
a) $(1 + \mathrm{i}, \mathrm{i})$, $(1, 1 + \mathrm{i})$ ist eine Basis von $\mathbb{C}^2$
b) Man bestimme die Koordinaten der Vektoren $(\mathrm{i}, 0)$, $(0, 1)$, $(1 + \mathrm{i}, -2 + 3\mathrm{i})$ bzgl. dieser Basis.

Aufgabe 5. $W \subset \mathbb{R}^4$ sei der von $y_1 = (1, 2, 3, 4)$, $y_2 = (4, 3, 2, 1)$, $y_3 = (-1, 0, 1, 2)$, $y_4 = (0, 1, 0, 1)$ aufgespannte Untervektorraum. Man gebe alle Basen von W an, die Teilfolgen von $y_1, \dots, y_4$ sind.