Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. J. Schürmann **SS 07**

Üungen zur Mathematik für Physiker IV

Abgabe: Dienstag, 17.04.07 bis 13.00 im Briefkasten 157/158. Blatt 2

Aufgabe 1. Thema: Gewöhnliche Differentialgleichungen. Wiederholen Sie die folgenden Methoden: Differentialgleichung mit getrennten Variablen, (homogene) lineare DGL 1. Ordnung, Variation der Konstanten. Zeigen Sie: Das Anfangswertproblem

$$y' = \sqrt{|y|} \quad \text{mit} \quad y(0) = 0$$

besitzt unendlich viele auf ganz $\mathbb{R}$ definierte Lösungen. (Hinweis: „verklebe" Lösungen mit $y(x_0) = 0$ für $x_0 > 0$ geeignet mit der Nullfunktion.)

Aufgabe 2. Man löse für $x \neq 0$ das Anfangswertproblem

$$x \cdot y \cdot y' + y^2 + 1 = 0 \quad \text{mit} \quad y(1) = \sqrt{3}$$

und bestimme den maximalen Definitionsbereich der Lösung.

Aufgabe 3. Man bestimme für $x \neq 0$ die Lösung der linearen Differentialgleichung

$$y' = -\frac{3y}{x} + x$$

mit der Anfangsbedingung $y(x_0) = y_0$ für $x_0 \neq 0$. Bei welcher Wahl von (x_0, y_0) ist die Lösung $y(x)$ auch im Nullpunkt definiert?

Aufgabe 4. *Bernoulli-Differentialgleichung.* Zeigen Sie:

(a) Ist die positive Funktion $y = y(x) > 0$ eine Lösung von

$$y' + g(x) \cdot y + h(x) \cdot y^{\alpha} = 0 \quad \text{mit} \quad \alpha \neq 1\,,$$

mit g, h stetige Funktionen, so ist $z := y^{1-\alpha}$ eine Lösung der linearen DGL

$$z' + (1-\alpha) \cdot g(x) \cdot z + (1-\alpha) \cdot h(x) = 0\,.$$

(b) Man löse mittels (a) die DGL (für $y = y(x) > 0$):

$$y' + 2 \cdot x \cdot y + 4 \cdot x^3 \cdot y^3 = 0\,.$$

Allgemeine Hinweise:

- Übungszeiten: Mo: 8.00-10.00 im M6 und Do: 12.00-14.00 im M4 (die Anfangszeiten sind ct.).
- Erste Übungen am Do den 12.04 und Mo den 16.04.
- Die Aufgaben sind in Zweiergruppen abzugeben.
- Briefkästen: Mo: 8.00-10.00 den Bk. 157, Do. 12.00-14.00 den Bk. 158 .
- Die erste Aufgabe ist mündlich zu bearbeiten, d.h. die entsprechenden Begriffe werden in den Übungen diskutiert. Von den anderen drei Aufgaben ist genau eine in schriftliche Form abzugeben, wobei deren Auswahl jeder Gruppe selbst überlassen ist. Jede Aufgabe wird mit 5 Punkten bewertet.
- An folgenden Terminen finden zusätzliche Tests in den Übungen statt: 26.04 bzw. 30.04, 21.05 bzw. 24.05, 18.06 bzw. 21.06.
- Klausurtermin: Sa. den 07.07.2007, 15.00-18.00.