Prof. Dr. R. Wulkenhaar **SS 07**
Dr. J. Schürmann

Üungen zur Mathematik für Physiker IV

Dieses Blatt ist nicht schriftlich zu bearbeiten, sondern dient der Vorbereitung auf die Klausur. Blatt 11

Aufgabe 1. Man löse das Anfangswertproblem

$$y' = \sin(x) \cdot e^y \quad \text{mit} \quad y(0) = 0$$

und bestimme das maximale Definitionsintervall der Lösung.

Aufgabe 2. Welche der folgenden Differentialgleichung ist exakt (mit $x, y \in \mathbb{R}$)? Man berechne ggf. eine Stammfunktion.

(a)

$$(y \cdot x^2 - \sin(x)\sin(y))dx + (x \cdot y^2 + \cos(x)\cos(y))dy = 0\,.$$

(b)

$$(e^y + y \cdot \cos(x \cdot y))dx + (x \cdot e^y + x \cdot \cos(x \cdot y))dy = 0\,.$$

Aufgabe 3. Ein Fundamentalsystem des homogenen DGL-systems $y_1' = y_2$ und $y_2' = 0$ ist gegeben durch $(1, 0)^t$ und $(x, 1)^t$. Bestimmen Sie mittels Variation der Konstanten eine spezielle Lösung des inhomogenen DGL-systems $y_1' = y_2 + x$ und $y_2' = 1$.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie:

(a) Ein Fundamentalsystem der linearen DGL:

$$y^{(4)} + 4 \cdot y^{(1)} = 0\,.$$

(b) Eine spezielle Lösung der inhomogenen DGL:

$$y^{(4)} + 4 \cdot y^{(1)} = \sin(2x)\,.$$

Aufgabe 5. Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten a_k und b_k der Fourier-Reihe

$$S(f)(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cdot \cos(k \cdot x) + b_k \cdot \sin(k \cdot x))$$

der 2π-periodische Fortsetzung f der charakteristischen Funktion

$$1_{[-\pi/2,\pi/2]}(x) := \begin{cases} 1 & \text{für } |x| \leq \pi/2, \\ 0 & \text{für } \pi/2 < |x| \leq \pi. \end{cases}$$

Aufgabe 6. Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $\hat{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch (mit $a > 0$):

$$f(x) := \begin{cases} x & \text{für } |x| \leq a, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 7. Bestimmen Sie die Greensche Funktion des Randwertproblems:

$$Ly := y'' - y = 0 \,,$$

mit

$$R_0(y) := y(0) = 0 \quad \text{und} \quad R_{\ln(2)}(y) := y(\ln(2)) - \frac{5}{3} \cdot y'(\ln(2)) = 0 \,.$$

Allgemeine Hinweise zur Klausur:

- Klausurtermin: Sa. den 07.07.2007, 15.30-18.00.
  Bitte erscheinen Sie dort um 15.20.
- Ort: Bibliothek des Mathematischen Instituts.
- Die Klausur wird aus 8 Aufgaben bestehen, wobei in der ersten Aufgabe Definitionen abgefragt werden, bzw. entsprechende Fragen durch Ankreuzen zu beantworten sind.
- Zugelassene Hilfsmittel: ein selbst vorbereitetes Blatt (doppelseitig, aber nicht zwei einzelne Seiten).
  Ansonsten keine weiteren Hilfsmittel, insbesondere kein Taschenrechner.
- Die Klausur wird in der letzten Vorlesungswoche zurückgegeben, wobei der genaue Termin später mitgeteilt wird.