Prof. Dr. R. Wulkenhaar **SS 08**
Dr. R. Brüske

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Donnerstag, 12.06.08, vor der Vorlesung in den Briefkästen Blatt 8

Aufgabe 1. Zeige

$$\det \begin{pmatrix} * & * & \dots & * & a_n \\ * & * & \dots & a_{n-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \iddots & \iddots & \vdots \\ * & a_2 & \dots & \dots & 0 \\ a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_1 \cdots a_n$$

für beliebige Einträge $*$ oberhalb der Nebendiagonalen.

Aufgabe 2. Zeige:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ b_1 & a_1 & a_1 & \dots & a_1 \\ b_1 & b_2 & a_2 & \dots & a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1 & b_2 & b_3 & \dots & a_n \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^{n} (a_i - b_i) \; .$$

Aufgabe 3. Seien $a_{n-1}, \dots, a_0 \in \mathbb{R}$ und

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -a_2 \\ & & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ & 0 & & \ddots & 0 & -a_{n-2} \\ & & & & 1 & -a_{n-1} \end{pmatrix} .$$

Berechne $\det(xE_n - A)$ für $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4. Bestimme $\det(xE_n - A)$ für $x \in \mathbb{R}$ und

$$A = \begin{pmatrix} a & b & \dots & \dots & b \\ b & a & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a & b \\ b & \dots & \dots & b & a \end{pmatrix} \quad \text{mit } a, b \in \mathbb{R} \; .$$