**Prof. Dr. R. Wulkenhaar** **SS 10**
**Dr. T. Timmermann**

# Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Bis Donnerstag, den 06.05., vor der Vorlesung in den Briefkästen Blatt 3

---

**Aufgabe 1.** (a) Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $0 < a < b$. Berechne die Riemannschen Ober- und Untersummen für die Funktion $f(x) = 1/x$ bezüglich einer Zerlegung des Intervalles $[a, b]$ in $n$ Teilintervalle der Länge $\alpha\beta^k$ mit $k = 1, \ldots, n$ und geeigneten $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(b) Berechne die Grenzwerte der Ober- und Untersummen in (a) für $n \to \infty$. (*Hinweis:* Verwende wieder die Differenzierbarkeit der Exponentialfunktion in 0.)

**Aufgabe 2.** (a) Beweise mit partieller Integration die folgenden Formeln:

$$\int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{d}x\, (\ln x)^n = \mathrm{e} - n \int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{d}x\, (\ln x)^{n-1} \qquad \text{für alle } n \geq 1,$$

$$\int_0^1 \mathrm{d}x\, x^n \mathrm{e}^x = \mathrm{e} - n \int_0^1 \mathrm{d}x\, x^{n-1} \mathrm{e}^x \qquad \text{für alle } n \geq 1.$$

(b) Leite die zweite Formel aus der ersten Formel mittels Substitution ab.

(c) Berechne die Integrale in (a) für die Fälle $n = 1, 2$.

**Aufgabe 3.** Seien $m, n \in \mathbb{N}$. Beweise mit Hilfe der Additionstheoreme:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{d}x\, \sin mx \sin nx = \begin{cases} 1, & m = n \neq 0, \\ 0, & \text{sonst}, \end{cases}$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{d}x\, \cos mx \cos nx = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ 1, & m = n \neq 0, \\ 2, & m = n = 0, \end{cases}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{d}x\, \sin mx \cos nx = 0.$$

**Aufgabe 4.** Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Berechne die folgenden Integrale:

$$\text{(a)} \int_0^1 \mathrm{d}x\, \mathrm{e}^{ax} \cos bx, \qquad \text{(b)} \int_0^2 \mathrm{d}x\, \frac{x^3 - 2x}{17x^4 - 68x^2 - \pi}, \qquad \text{(c)} \int_0^{\frac{1}{2}} \mathrm{d}x\, \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

(*Hinweis:* Prüfe, ob (b) mit der logarithmischen Integration gelöst werden kann.)