

## Übungen zu Mathematik für Physiker II

Abgabe: Mittwoch, 04.06.2014 bis 12h00 in den Briefkästen

Blatt 8

---

**Aufgabe 1.** Es sei  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \\ 3 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  die darstellende Matrix der linearen Abbildung  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  bzgl. der Basis  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  von  $\mathbb{R}^3$  und der Standardbasis von  $\mathbb{R}^4$ .

Bestimmen Sie die darstellende Matrix von  $F$  bzgl. der Standardbasis von  $\mathbb{R}^3$  und der Basis  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  von  $\mathbb{R}^4$ .

**Aufgabe 2.** Untersuchen Sie, ob die folgenden Matrizen invertierbar sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls die Inverse:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & t & 1 \\ 0 & 1 & t \\ t & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}.$$

**Aufgabe 3.** (a) Eine Matrix  $A \in M(m \times n, K)$  habe (Zeilen-)rang  $r$ , und  $d$  sei die Dimension des Lösungsraums des homogenen linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix  $A$ . Welche Relation besteht zwischen  $d$  und  $r$ ?

(b) Eine Matrix  $A' \in M(m \times n, K)$  stimme mit  $A$  bis auf die letzte Zeile überein. Es seien  $r'$  und  $d'$  für  $A'$  entsprechend definiert wie  $r, d$  für  $A$ . Zeigen Sie:  $r'$  muß mit einem der Werte  $r, r + 1, r - 1$  übereinstimmen, und entsprechendes gilt für  $d'$ .

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

ein  $r \in \mathbb{N}$  und quadratische Matrizen  $L, R$ , so daß

$$A = L \begin{pmatrix} E_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} R^{-1}.$$