

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe: Donnerstag, 11.01.07, bis 17h00 in den Briefkästen

Blatt 10

Aufgabe 1. a) Man bestimme sämtliche lokalen Extrema von

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2)e^{-x^2 - 4y^2}.$$

b) Man bestimme $A := \max\{4y^2 - 3xy : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Aufgabe 2. Es sei (v_1, v_2) ein Vektorfeld auf \mathbb{R}^2 mit $\partial_2 v_1 = \partial_1 v_2$ und

$$H(x, y) := x \int_0^1 v_1(tx, ty) dt + y \int_0^1 v_2(tx, ty) dt.$$

Zeige: $\text{grad } H = (v_1, v_2)$.

Aufgabe 3. Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \log(x^2 + y^2) & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Wo ist f differenzierbar?

Aufgabe 4. Es sei

$$\begin{array}{lll} G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 & \text{gegeben durch} & G(x, y, z) := (x^2 + \sin(xy), e^{x+z}) \\ H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4 & \text{gegeben durch} & H(u, v) := (u^2 + v, u^3 - v, u^3 + v^2, v^2) \end{array}$$

Bestimme $(D(H \circ G))(1, 0, 1)$.