

Übungen zur Mathematik für Physiker I

Abgabe: Donnerstag, 08.11.07, vor der Vorlesung in den Briefkästen

Blatt 4

**Aufgabe 1.** Man untersuche die folgenden Folgen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls ihre Grenzwerte:

a)  $\frac{n+1}{n^2+1}$

b)  $\frac{1}{n^2} + (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$

c)  $\frac{4^n+1}{5^n}$

**Aufgabe 2.** Bestimme:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+a} - \sqrt{n})$ ,  $a \in \mathbb{R}, n \geq |a|$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1 \right)$ .

**Aufgabe 3.** Zeige:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = 0 \quad \forall k \in \mathbb{N}$

b) Für  $a_1, \dots, a_m \in \mathbb{R}_+$  gilt  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_1^n + \dots + a_m^n} = \max(a_1, \dots, a_m)$ .

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie: Für  $a_0 = 0, a_n := \sqrt{2 + a_{n-1}}$  gilt:  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergiert. Man bestimme  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .