Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. R. Brüske

WS 08/09

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe: Donnerstag, 30.10.08, bis 14h00 in den Briefkästen — Blatt 2

Aufgabe 1. a) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ erklärt durch

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie: f ist stetig.

b) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ erklärt durch

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wo ist f stetig?

Aufgabe 2. Man untersuche, ob die folgenden Mengen X im $\mathbb{R}^2$ offen (abgeschlossen) sind

(a) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, y = \sin \frac{1}{x}\} \cup \{(0,0)\}$

(b) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; x^2 < |y|\}$.

Aufgabe 3. Es sei (X,d) ein metrischer Raum und $f, g : X \to \mathbb{R}$ stetig. Zeige:

(a) $\{x \in X \;:\; f(x) = g(x)\}$ ist abgeschlossen.

(b) $\{x \in X \;:\; f(x) \neq g(x)\}$ ist offen.

Aufgabe 4. Es seien X, Y metrische Räume, $K \subset X$ eine kompakte Teilmenge und $y \in Y$. Sei $W \subset X \times Y$ offen mit $K \times \{y\} \subset W$.
Zeige: Es gibt offene Mengen $U \subset X$ und $V \subset Y$ mit $K \times \{y\} \subset U \times V \subset W$.