Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. R. Brüske **WS 08/09**

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe: Donnerstag, 06.11.08, bis 14h00 in den Briefkästen Blatt 3

Aufgabe 1. Für die differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ gebe es ein $s > 0$, so daß $f(tx) = t^s f(x)\ \forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ und $t > 0$.
Zeigen Sie: $sf(x) = \sum_{j=1}^n x_j(\partial_j f)(x)$.

Aufgabe 2. Sei

$$\begin{array}{lll} f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3 & \text{gegeben durch} & f(t) := (t, t^2+1, \sin t)\ , \\ g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} & \text{gegeben durch} & g(x,y,z) := e^{xy} + z\ . \end{array}$$

Bestimme $D(g \circ f)(0)$.

Aufgabe 3. Für die zweimal stetig differenzierbare Funktion $z = g(x,y)$ gelte $y^2 + xz + z^2 - e^{xz} - 1 = 0$. Man bestimme alle partiellen Ableitungen bis zur Ordnung 2 an der Stelle $(0,-1)$, falls $g(0,-1) = 1$ gilt.

Aufgabe 4. a) Bestimme die Richtungsableitung von $f(x,y) = e^{xy} - x^2 + xy^2$ in $(0,0)$ in Richtung $(1,1)$.

b) Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \neq 0 \text{ und } y = x^2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
Zeigen Sie: In $(0,0)$ existieren alle Richtungsableitungen, aber f ist nicht differenzierbar in $(0,0)$.