Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. R. Brüske

WS 08/09

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe: Donnerstag, 15.01.09, bis 14h00 in den Briefkästen — Blatt 11

Aufgabe 1. Berechnen Sie:

a) $\displaystyle\int_0^\infty dx\, \frac{\cos mx}{x^2+a^2}$ mit $a>0, m>0$.

b) $\displaystyle\int_0^\infty dx\, \frac{x\ \sin mx}{(x^2+a^2)^2}$ mit $a>0, m>0$.

Aufgabe 2. Berechnen Sie:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^n} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$$

Aufgabe 3. Berechnen Sie:

$$\int_0^{2\pi} dx\, \frac{\sin^2 x}{1-2a\cos x+a^2} \quad \text{mit } a\in\mathbb{R}.$$

Aufgabe 4. Sei Log der Hauptzweig des komplexen Logarithmus. Zeigen Sie:

a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Log}(x+\mathrm{i})}{x^2+1}\, dx = \pi\ln 2 + \mathrm{i}\frac{\pi^2}{2}$

b) $\operatorname{Log}(x+\mathrm{i}) + \operatorname{Log}(\mathrm{i}-x) = \ln(x^2+1)+\pi\mathrm{i}\,,\qquad x\in\mathbb{R}$

c) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\ln(x^2+1)}{x^2+1}\, dx = \pi\ln 2$

d) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \ln\cos x\, dx = -\frac{\pi}{2}\ln 2$