Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. R. Brüske

WS 08/09

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe: Donnerstag, 22.01.09, bis 14h00 in den Briefkästen — Blatt 12

Aufgabe 1. Berechnen Sie folgende Integrale:

a) $\displaystyle\int_Q d(x,y,z)\,\frac{\sin x}{(1+y^2)(2-z)}$ mit $Q=[0,1]^3$

b) $\displaystyle\int_M d(x,y)\,(x^2+xy)$ mit $M=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;:\; 0\le x\le 1,\; 0\le y\le 6,\; x^2\le 3y\}$.

Aufgabe 2. Berechnen Sie:

a) $\displaystyle\int_M d(x,y)\,e^{xy}x^{\frac{3}{2}}$ mit $M:=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;:\; y\ge 0,\; y^2\le x\le 4\}$

b) $\displaystyle\int_E d(x,y)\,x(y+1)$ mit $E:=\Big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;:\; \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}\le 1\Big\}$.

Aufgabe 3. Der Schwerpunkt eines homogenen Körpers $K\subset\mathbb{R}^3$ mit dem Volumen V_K ist das Integraltupel

$$\frac{1}{V_K}\Big(\int_K d(x,y,z)\;x,\;\int_K d(x,y,z)\;y,\;\int_K d(x,y,z)\;z\Big)$$

Berechnen Sie den Schwerpunkt von

$$K:=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \;:\; x^2+y^2+z^2\le 1,\; x\ge 0,\; y\ge 0, z\ge 0\}\;.$$

Aufgabe 4. Das Trägheitsmoment eines homogenen Körpers K der Dichte 1 bezüglich der Geraden L als Drehachse ist das Integral $\Theta=\displaystyle\int_K d(x,y,z)\;(d((x,y,z),L))^2$, wobei $d((x,y,z),L)$ den Abstand des Punktes (x,y,z) von der Drehachse L bezeichnet.
Berechnen Sie das Trägheitsmoment von

$$K=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \;:\; |x|\le 1,\; y^2+z^2\le 25\}$$

bezüglich der x-Achse.