Prof. Dr. R. Wulkenhaar
PD Dr. T. Timmermann

WS 16/17

Übungen zur Mathematik für Physiker III

Abgabe bis Mittwoch, den 9.11., 12 Uhr in den Briefkästen — Blatt 3

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Taylorreihe der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad (x,y,z) \mapsto xy + yz + zx,$$

an der Stelle $(1,1,0)$, indem Sie

(a) die erforderlichen partiellen Ableitungen berechnen,

(b) f als Polynom in den Variablen $\tilde{x} = x - 1$, $\tilde{y} = y - 1$ und $\tilde{z} = z$ umschreiben.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ (x,y) \mapsto 6xy - 3y^2 - 2x^3,$$

und prüfen Sie, an welchen dieser Punkte die Funktion ein lokales Extremum annimmt.

Aufgabe 3. Der (orientierte) Flächeninhalt eines dem Einheitskreis einbeschriebenen Dreiecks mit den Ecken $(-1,0)$, $(\cos\alpha, \sin\alpha)$ und $(\cos\beta, \sin\beta)$ ist gegeben durch

$$A(\alpha,\beta) = \frac{1}{2}\det\begin{pmatrix} \cos\alpha + 1 & \sin\alpha \\ \cos\beta + 1 & \sin\beta \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die lokalen Extrema von A in $]-\pi,\pi[\, \times\,]-\pi,\pi[$.

Aufgabe 4. Sei $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$F(x,y_1,y_2) = \begin{pmatrix} y_1 + x - \mathrm{e}^{y_1+2y_2} + \mathrm{e}^{y_1+y_2+x} \\ y_1 + y_2 + x + \frac{1}{2}\sin(y_1+y_2+x) \end{pmatrix}.$$

(a) Zeigen Sie, daß das Gleichungssystem $F(x,y_1,y_2) = 0$ in einer Umgebung des Ursprungs $(0,0,0) \in \mathbb{R}^3$ nach y_1 und y_2 aufgelöst werden kann.

(b) Bestimmen Sie das maximale Intervall für x, auf dem die Auflösung in (a) möglich ist.

(c) Bestimmen Sie den Tangentialvektor der Lösungskurve aus (a) an der Stelle $x = 0$.