Prof. Dr. Raimar Wulkenhaar **WS 17/18**
Alexander Hock

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Physiker I

Abgabe: Donnerstag, 19.10.2017 bis 10h00 in den Briefkästen Blatt 1

Aufgabe 1. Zu finden sind zwei natürliche Zahlen die echt zwischen 1 und 100 liegen. Herr Produkt kennt das Produkt der Zahlen und Frau Summe kennt die Summe der Zahlen. Herr Produkt und Frau Summe führen die folgende Unterhaltung:

- Herr Produkt: "Ich kenne die beiden Zahlen nicht."
- Frau Summe: "Ich kenne die beiden Zahlen auch nicht, aber ich wußte, daß Sie die Zahlen nicht kennen."
- Herr Produkt: "Dann kenne ich die beiden Zahlen jetzt."
- Frau Summe: "Dann kenne ich die beiden Zahlen jetzt auch."

Welches der folgenden Zahlenpaare ist die richtige Lösung? (Wir setzen voraus, daß eines der angegebenen Paare richtig ist!)

$$3 \text{ und } 5, \qquad 2 \text{ und } 7, \qquad 8 \text{ und } 11, \qquad 4 \text{ und } 13.$$

Aufgabe 2. Seien $f\colon X \to Y$ und $g\colon Y \to Z$ Abbildungen. Beweisen oder widerlegen Sie durch Gegenbeispiele folgende Aussagen:

(a) Wenn $g \circ f$ injektiv ist, dann ist f injektiv.

(b) $g \circ f$ ist genau dann surjektiv, wenn g und f surjektiv sind.

(c) Wenn $g \circ f$ surjektiv und g injektiv ist, dann muß g bijektiv und f surjektiv sein.

Aufgabe 3. Es seien X, Y Mengen, $M_1, M_2 \subseteq X$ sowie $N_1, N_2 \subseteq Y$ Teilmengen und $f : X \to Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

(a) $X \setminus (M_1 \cup M_2) = (X \setminus M_1) \cap (X \setminus M_2)$ sowie $X \setminus (M_1 \cap M_2) = (X \setminus M_1) \cup (X \setminus M_2)$

(b) $f(M_1 \cup M_2) = f(M_1) \cup f(M_2)$

(c) $f(M_1 \cap M_2) \subseteq f(M_1) \cap f(M_2)$, im allgemeinen aber keine Gleichheit.

(d) $f^{-1}(N_1 \cap N_2) = f^{-1}(N_1) \cap f^{-1}(N_2)$ und $f^{-1}(N_1 \cup N_2) = f^{-1}(N_1) \cup f^{-1}(N_2)$

Aufgabe 4. Beweisen Sie:

(a) $2^{n+1} + 3 \cdot 7^n$ ist für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 5 teilbar.

(b) Es sei $n \in \mathbb{N}$ ungerade. Dann ist die Summe von n aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen durch n teilbar.