Prof. Dr. Raimar Wulkenhaar **WS 19/20**
Alexander Hock

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Physiker I

Zur Besprechnung in den Übungen, keine Abgabe Blatt 0

Aufgabe 1. Die Negation einer Aussage X ist eine Aussage Y, die genau dann wahr ist, wenn X falsch ist. Die Negation von *"Nachts sind alle Katzen grau"* ist beispielsweise *"Nachts gibt es eine Katze, die nicht grau ist"*. Formulieren Sie die Negation folgender Aussagen:

(a) Wenn es regnet, scheint nicht die Sonne.

(b) Jeden Morgen trinkt Herr Müller einen Kaffee; es sei denn, es ist Sonntag.

(c) Jeder Studierende fährt in Münster Fahrrad, außer es regnet.

Aufgabe 2. Zu finden sind zwei natürliche Zahlen die echt zwischen 1 und 100 liegen. Herr Produkt kennt das Produkt der Zahlen und Frau Summe kennt die Summe der Zahlen. Herr Produkt und Frau Summe führen die folgende Unterhaltung:

- Herr Produkt: "Ich kenne die beiden Zahlen nicht."
- Frau Summe: "Ich kenne die beiden Zahlen auch nicht, aber ich wußte, daß Sie die Zahlen nicht kennen."
- Herr Produkt: "Dann kenne ich die beiden Zahlen jetzt."
- Frau Summe: "Dann kenne ich die beiden Zahlen jetzt auch."

Welches der folgenden Zahlenpaare ist die richtige Lösung? (Wir setzen voraus, daß eines der angegebenen Paare richtig ist!)

11 und 13, 2 und 17, 4 und 11, 4 und 13.

Aufgabe 3. Seien N, M zwei n-elementige Mengen mit $n \in \mathbb{N}$ und $f : N \to M$. Zeigen Sie:

(a) Wenn f injektiv ist, ist f surjektiv.

(b) Wenn f surjektiv ist, ist f injektiv.

(c) Die Anzahl der injektiven Abbildungen von N nach M ist $n!$.

Aufgabe 4. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$:

$$\text{a)} \quad \sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, \qquad \text{b)} \quad \sum_{k=0}^{n} (2k+1) = (n+1)^2,$$

$$\text{c)} \quad \sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}, \qquad n \geq 1.$$