Prof. Dr. Urs Hartl
Dr. Tobias Schmitt

1. Übungsblatt

Abgabetermin: Do, 23.10.08, 8:00 Uhr, vor der Vorlesung

1. Eine *Ebene in* $\mathbb{E}_3$ ist eine Teilmenge von $\mathbb{E}_3$ der Form

$$e = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 + sv_1 + tw_1 \\ x_2 + sv_2 + tw_2 \\ x_3 + sv_3 + tw_3 \end{pmatrix} : s, t \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{für einen festen Punkt } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{E}_3$$

und linear unabhängige Vektoren $\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Zeigen Sie:

   (a) Durch je drei Punkte $P, Q, R \in \mathbb{E}_3$, die nicht auf einer Geraden liegen, verläuft genau eine Ebene.

   (b) Zu jeder Gerade $g \subset \mathbb{E}_3$ und jedem Punkt $P \in \mathbb{E}_3$, $P \notin g$ gibt es genau eine Ebene $e \subset \mathbb{E}_3$, die g und P enthält.

   (c) Zu je zwei verschiedenen Geraden $g, g' \subset \mathbb{E}_3$ mit $g \cap g' \neq \emptyset$ gibt es genau eine Ebene $e \subset \mathbb{E}_3$, die g und g' enthält.

2. Zeigen Sie:

   (a) Zu jeder Geraden $g \subset \mathbb{E}_2$ und jedem Punkt $P \in \mathbb{E}_2, P \notin g$ gibt es genau eine Gerade $g' \subset \mathbb{E}_2$ durch P parallel zu g.

   (b) Zwei verschiedene Geraden in $\mathbb{E}_2$, die nicht parallel sind, schneiden sich in genau einem Punkt.

3. Zeigen Sie: Eine Gerade und ein Kreis in $\mathbb{E}_2$ (beziehungsweise eine Kugel in $\mathbb{E}_3$) schneiden sich in höchstens zwei Punkten.

4. Zeigen Sie: Die Komposition von zwei Spiegelungen des $\mathbb{R}^2$ ist eine Drehung. Gilt dieselbe Aussage auch im $\mathbb{R}^3$?