Prof. Dr. Urs Hartl
Dr. Tobias Schmidt

10. Übungsblatt

Abgabetermin: Do, 08.01.09, 8:00 Uhr, vor der Vorlesung

1. Zeigen Sie, daß die beiden Polyeder von Beispiel 2.4.2 aus der Vorlesung ein Gegenbeispiel zu Cauchy's Lemma (Lemma 2.4.10) und zu dem Beweis von Satz 2.4.4 aus der Vorlesung liefern.

2. Die *Diedergruppe* $D_n, n \geq 3$ ist definiert als die Symmetriegruppe eines regelmäßigen n-Ecks, d.h. als die Menge derjenigen Kongruenzen der Ebene, die die Menge der n Eckpunkte auf sich abbildet. Zeigen Sie: D_n wird erzeugt von zwei Elementen r und s, die die Relationen $r^n = 1 = s^2$ und $sr = r^{-1}s$ erfüllen. Folgern Sie, daß D_n die Ordnung $2n$ hat.

3. Sei G eine Gruppe und $S \subset G$ eine Teilmenge. Zeigen Sie:

   $$\langle S \rangle := \left\{ g_1 \cdot \ldots \cdot g_n \in G : \ \ n \in \mathbb{N}_0 \,, \, g_i \in S \text{ oder } g_i^{-1} \in S \text{ für alle } i \right\}$$

   ist eine Untergruppe von G. Jede Untergruppe von G, die S enthält, enthält auch $\langle S \rangle$.

   Wir sagen $\langle S \rangle$ ist die *von S erzeugte Untergruppe von G*.

4. Sei X ein platonischer Körper. Zeigen Sie:

   (a) Die Mittelpunkte der Flächen von X bilden die Ecken eines weiteren platonischen Körpers X'.

   (b) Die Mittelpunkte der Flächen von X' bilden die Ecken eines dritten platonischen Körpers X'', der gleichviele Flächen wie X hat.

   (c) $\mathrm{Sym}(X) = \mathrm{Sym}(X') = \mathrm{Sym}(X'')$ und $\mathrm{Rot}(X) = \mathrm{Rot}(X') = \mathrm{Rot}(X'')$.

   Man nennt X und X' (und auch X' und X'') daher *duale platonische Körper*.

♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡

Wir wünschen Ihnen schöne Feiertage
und alles Gute für das neue Jahr 2009 !

♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡

Falls Sie in den Ferien schon mal für die Klausur üben möchten, so finden Sie auf der Homepage der Vorlesung zwei Probeklausuren.