Platonische und archimedische Körper — Prof. Dr. Urs Hartl
WiSe 2008/09 — Dr. Tobias Schmidt

# 2. Übungsblatt

Abgabetermin: Do, 30.10.08, 8:00 Uhr, vor der Vorlesung

1. Zeigen Sie: Ist $f : \mathbb{E}_3 \to \mathbb{E}_3$ eine Kongruenz und sind $P, Q \in \mathbb{E}_3$ zwei Punkte, so gilt $|PQ| = |f(P)\, f(Q)|$, d.h. $f$ erhält Abstände. Außerdem bildet $f$ Geraden auf Geraden, Halbgeraden auf Halbgeraden, Strecken auf Strecken und Kugeln auf Kugeln ab.

2. Zeigen Sie:

   (a) In $\mathbb{E}_3$ (und auch in $\mathbb{E}_2$) sind je zwei Geraden kongruent. Dasselbe gilt für je zwei Halbgeraden und für je zwei Punkte.

   (b) Jede Kongruenz zwischen zwei Halbgeraden bildet die Anfangspunkte aufeinander ab.

   (c) Zwei Strecken mit Endpunkten $P, Q$, beziehungsweise $P', Q'$ sind genau dann kongruent, wenn $|PQ| = |P'Q'|$.

3. Sei $e \subset \mathbb{E}_3$ eine Ebene. Zeigen Sie: Es gibt eine Bijektion $\varphi : e \to \mathbb{E}_2$ mit folgenden Eigenschaften.

   (i) $\varphi$ bildet Geraden auf Geraden ab.

   (ii) $|PQ| = |\varphi(P)\, \varphi(Q)|$ für alle Punkte $P, Q \in e$.

   (iii) Sind $M, M' \subset e$ zwei Teilmengen, so sind $M$ und $M'$ kongruent in $\mathbb{E}_3$ (d.h. es gibt eine Kongruenz $f : \mathbb{E}_3 \to \mathbb{E}_3$ mit $f(M) = M'$) genau dann, wenn $\varphi(M)$ und $\varphi(M')$ kongruent in $\mathbb{E}_2$ sind (d.h. es gibt eine Kongruenz $g : \mathbb{E}_2 \to \mathbb{E}_2$ mit $g\big(\varphi(M)\big) = \varphi(M')$ ).