Prof. Dr. Urs Hartl
Dr. Tobias Schmidt

4. Übungsblatt

Abgabetermin: Do, 13.11.08, 8:00 Uhr, vor der Vorlesung

1. Beweisen Sie Prop. 1.5.3 aus der Vorlesung.
   (Tipp: Für die Transitivität schreiben Sie ℓ in der Form
   $$\ell = \{x \in \mathbb{E}_2 : \langle x - v, a\rangle = 0\} \text{ mit } v \in \ell, a \in \mathbb{R}^2$$
   und zeigen: $A \sim_\ell B$ genau dann, wenn $\langle A - v, a\rangle$ und $\langle B - v, a\rangle$ dasselbe Vorzeichen haben.)

2. Seien $e, e' \subseteq \mathbb{E}_3$ zwei verschiedene Ebenen, die sich in einer Geraden ℓ schneiden. Zeigen Sie: Es existiert eine Drehung f um ℓ mit $f(e) = e'$.

3. Ein Parallelogramm im $\mathbb{E}_2$ ist ein Viereck $ABCD$, dessen gegenüberliegende Seiten jeweils parallel zueinander sind. Zeigen Sie: Für ein beliebiges Viereck $ABCD$ im $\mathbb{E}_2$ sind folgende Eigenschaften äquivalent:
   (i) $ABDC$ ist ein Parallelogramm,
   (ii) jeweils, gegenüberliegende Winkel sind gleich und jeweils benachbarte Winkel addieren sich zu $180°$,
   (iii) jeweils gegenüberliegende Seiten sind gleichlang,
   (iv) die Diagonalen schneiden einander in ihren Mittelpunkten.

   (Tipp: Für (ii) $\Longrightarrow$ (i), also z. B. $AD \| BC$, betrachten Sie die Punktspiegelung f am Mittelpunkt der Seite AB, betrachten das Bild $f(AD)$ der Geraden (AD) und zeigen: $f(AD) = (BC)$.)