Prof. Dr. Urs Hartl
Dr. Tobias Schmidt

6. Übungsblatt

Abgabetermin: Do, 27.11.08, 8:00 Uhr, vor der Vorlesung

1. Sei $e \subseteq \mathbb{E}_3$ eine Ebene und $A, B, C \in e$ Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen. Seien a, b, c die Lote auf e durch die Punkte A, B, C. Seien $A' \in a$, $B' \in b$, $C' \in c$ drei Punkte mit

$$|AA'| = |BB'| = |CC'| \text{ und } A \sim_e B \sim_e C\ .$$

   Zeigen Sie:

   (i) Es existiert eine eindeutige Ebene $e' \subseteq \mathbb{E}_3$ mit $A', B', C' \in e'$. Diese erfüllt $e' \cap e = \emptyset$.

   (ii) Ist g eine Gerade senkrecht zu e, so schneidet g auch e' unter einem rechten Winkel.
   Ist $g \cap e = \{D\}$ und $g \cap e' = \{D'\}$ dann ist $|DD'| = |AA'|$ und $D' \sim_e A'$.

   (iii) Sind g und $\tilde{g}$ Geraden senkrecht zu e mit

$$g \cap e = \{D\}, \quad \tilde{g} \cap e = \{E\}, \quad g \cap e' = \{D'\}, \quad \tilde{g} \cap e' = \{E'\}\ ,$$

   dann ist $|DE| = |D'E'|$.

2. Gegeben sei eine Kugel im $\mathbb{E}_3$ mit Mittelpunkt M und eine Ebene e im $\mathbb{E}_3$. Sei ℓ das Lot auf e durch M und M' der Schnittpunkt von ℓ und e. Zeigen Sie:

   Schneidet die Kugel die Ebene e, so ist die Schnittmenge ein Kreis mit Mittelpunkt M'.

3. Zeigen Sie den Satz von Pythagoras:

   Sei ΔABC ein Dreieck mit einem rechten Winkel $\sphericalangle ACB$. Dann gilt:

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |CB|^2\,.$$