Prof. Dr. Urs Hartl
Dr. Tobias Schmidt

9. Übungsblatt

Abgabetermin: Do, 18.12.08, 8:00 Uhr, vor der Vorlesung

1. (a) Zeigen Sie den Kosinussatz: In einem beliebigen Dreieck $\triangle ABC$ gilt:

$$|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2 - 2|AB|\,|AC|\cos\sphericalangle BAC.$$

   (b) Sind h_1, h_2, h_3 drei Halbgeraden in $\mathbb{E}_3$ mit gemeinsamem Anfangspunkt Q. Zeigen Sie $\sphericalangle h_2h_3 \leq \sphericalangle h_1h_2 + \sphericalangle h_1h_3$.

2. Zeigen Sie den Strahlensatz (siehe Abbildung auf der Rückseite): Seien g_1 und g_2 zwei Geraden im $\mathbb{E}_2$, die sich in einem Punkt S schneiden, $g_1 \cap g_2 = \{S\}$. Weiterhin seien g_1^* und g_2^* zwei parallele Geraden mit den Schnittpunkten

$$g_1 \cap g_1^* = \{P_1\},\ g_2 \cap g_1^* = \{P_2\},\ g_1 \cap g_2^* = \{Q_1\},\ g_2 \cap g_2^* = \{Q_2\}.$$

   Dann gilt für die Längen der entsprechenden Strecken

$$\frac{|SP_1|}{|SQ_1|} = \frac{|P_1P_2|}{|Q_1Q_2|} = \frac{|SP_2|}{|SQ_2|}.$$

3. Gegeben sei eine Strecke $[AB]$ und ein Punkt $S \in [AB]$, $S \neq A, B$. Man sagt, S *teilt* $[AB]$ *im goldenen Schnitt*, falls gilt: $\frac{|AS|}{|BS|} = \frac{|AB|}{|AS|} =: \Phi$. Sei ferner $X = [P_1...P_5]$ ein reguläres Fünfeck. Zeigen Sie:

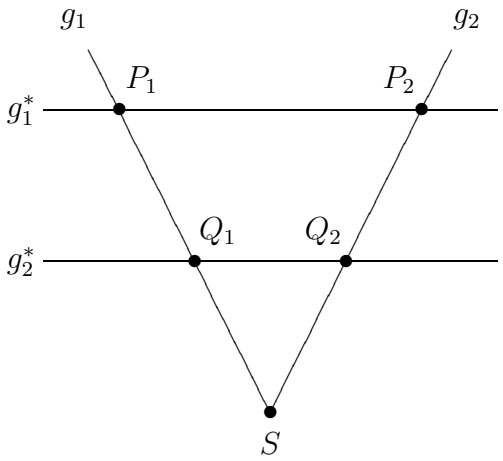
   (a) $\Phi = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$,

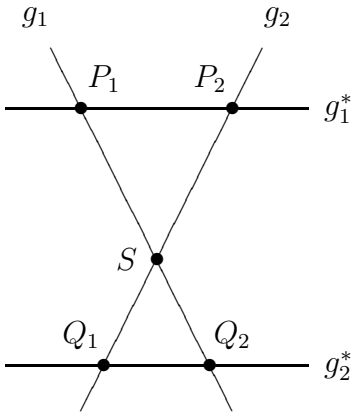
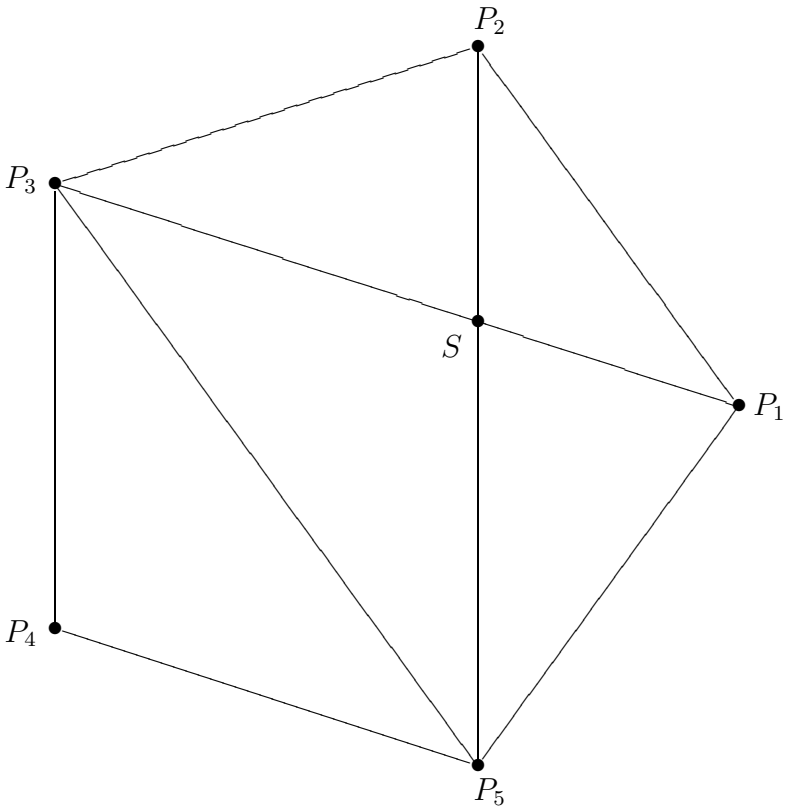
   (b) je zwei Diagonalen, die sich nicht in einer Ecke von X schneiden, teilen einander im goldenen Schnitt: $\frac{|P_1P_3|}{|P_1S|} = \Phi$ (siehe Abbildung auf Rückseite).

   (c) das Verhältnis der Länge einer Diagonalen zur Länge einer Seite von X ist Φ, das heißt $\frac{|P_3P_5|}{|P_1P_2|} = \Phi$ (siehe Abbildung auf der Rückseite).

   Hinweis für (b): Sei S der Schnittpunkt der zwei Diagonalen. Benutzen Sie zunächst den Strahlensatz und zeigen Sie dann: $|P_3P_5| = |P_1P_3|$ und $|P_4P_5| = |SP_3|$.

Zu Aufgabe 2:





Zu Aufgabe 3: