Übungen Platonische und Archimedische Körper WS 2009/2010
Prof. Dr. U. Hartl Blatt 2
Dr. J. Kohlhaase
Abgabetermin: Dienstag, 27.10.2009, 14:00 Uhr, Briefkästen

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass der Schnitt zweier verschiedener, nicht paralleler Ebenen in $\mathbb{R}^3$ stets eine Gerade ist. Bestimmen Sie $e \cap e'$ im Fall

$$\begin{aligned} e &:= \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mid s, t \in \mathbb{R} \right\} \text{ und} \\ e' &:= \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s' \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t' \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mid s', t' \in \mathbb{R} \right\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Es bezeichne $\{e_1, e_2, e_3\}$ die Standardbasis von $\mathbb{R}^3$. Zeigen Sie, dass eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ genau dann eine Kongruenzabbildung ist, wenn $f(e_i)^T f(e_j) = \delta_{ij}$ gilt für alle Indizes i und j mit $1 \leq i, j \leq 3$. Hierbei bezeichnet δ_{ij} das Kroneckersymbol.

Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass je zwei Geraden in $\mathbb{R}^2$ kongruent sind.

Aufgabe 4: Es sei $P \in \mathbb{R}^2$ ein Punkt und $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine Kongruenzabbildung mit $f(P) = P$. Zeigen Sie, dass f entweder eine Drehung um den Punkt P oder die Spiegelung an einer Geraden durch P ist.