Übungen Platonische und Archimedische Körper WS 2009/2010
Prof. Dr. U. Hartl Blatt 4
Dr. J. Kohlhaase
Abgabetermin: Dienstag, 10.11.2009, 14:00 Uhr, Briefkästen

Aufgabe 1: Es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ eine Kongruenzabbildung, die drei Punkte fixiert, welche auf keiner gemeinsamen Geraden liegen. Zeigen Sie, dass f entweder die Identität ist oder die Spiegelung an der Ebene, welche die drei Punkte enthält.

Aufgabe 2: Es seien $P, Q, P', Q' \in \mathbb{R}^3$ und $[PQ]$ bzw. $[P'Q']$ die zugehörigen Strecken. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(i) Die Strecken $[PQ]$ und $[P'Q']$ haben die gleiche Länge im Sinne von Definition 1.3.5, d.h. es gibt eine Kongruenzabbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $f([PQ]) = [P'Q']$.

(ii) Der Abstand von P zu Q ist gleich dem Abstand von P' zu Q' (im Sinne von Definition 1.3.9).

Aufgabe 3: Es seien $P_1, P_2 \in \mathbb{R}^2$, $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ und ℓ_1 bzw. ℓ_2 die Geraden $\ell_1 := \{P_1 + tv_1 \mid t \in \mathbb{R}\}$ bzw. $\ell_2 := \{P_2 + tv_2 \mid t \in \mathbb{R}\}$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(i) Die Geraden ℓ_1 und ℓ_2 stehen senkrecht aufeinander (im Sinne der Definition 1.5.7).

(ii) Es gilt $\langle v_1, v_2 \rangle = 0$.

Aufgabe 4: Es seien $\ell_1 \subset \mathbb{R}^2$ und $\ell_2 \subset \mathbb{R}^2$ zwei parallele Geraden. Ferner sei $\tilde{\ell} \subset \mathbb{R}^2$ eine Gerade, die die Geraden ℓ_1 und ℓ_2 in je genau einem Punkt schneidet. Ist $\angle hh'$ einer der Schnittwinkel der Geraden ℓ_1 und $\tilde{\ell}$, so wird man einen geeigneten Schnittwinkel von ℓ_2 und $\tilde{\ell}$ als Stufenwinkel von $\angle hh'$ bezeichnen. Geben Sie mit Hilfe der Begriffe aus Abschnitt 1.4 eine präzise Definition des Begriffes *Stufenwinkel*. Zeigen Sie, dass Stufenwinkel an parallelen Geraden stets kongruent sind.