Übungen Platonische und Archimedische Körper WS 2009/2010
Prof. Dr. U. Hartl Blatt 6
Dr. J. Kohlhaase
Abgabetermin: Dienstag, 24.11.2009, 14:00 Uhr, Briefkästen

Aufgabe 1: Es sei $\Delta ABC \subset \mathbb{R}^2$ ein Dreieck, in dem der Winkel $\sphericalangle ACB$ ein rechter Winkel sei. Beweisen Sie den Satz von Pythagoras:

$$\text{Es gilt} \quad |AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2.$$

Aufgabe 2: Es sei $\Delta ABC \subset \mathbb{R}^2$ ein nicht ausgeartetes Dreieck mit der Eigenschaft, dass die Seiten $[AB]$ und $[AC]$ kongruent sind. Es bezeichne M den Mittelpunkt der Strecke $[AC]$. Zeigen Sie, dass die Dreiecke ΔBMA und ΔBMC genau dann kongruent sind, wenn das Dreieck ΔABC gleichseitig ist.

Aufgabe 3: Betrachten Sie das nicht ausgeartete Dreieck $\Delta ABC \subset \mathbb{R}^2$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C := \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Es sei M der Mittelpunkt der Strecke $[AB]$, M' der Mittelpunkt der Strecke $[AC]$ und M'' der Mittelpunkt der Strecke $[BC]$. Ferner sei ℓ die Gerade durch M und C, ℓ' die Gerade durch M' und B, und ℓ'' die Gerade durch M'' und A. Zeigen Sie, dass sich die Geraden ℓ, ℓ' und ℓ'' in genau einem Punkt P schneiden. Bestimmen Sie P.

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass die Summe der Innenwinkel in einem Dreieck $\Delta ABC \subset \mathbb{R}^2$ ein gestreckter Winkel ist, indem Sie folgendermaßen vorgehen: Es sei ℓ die Gerade durch C, die parallel ist zur Geraden durch A und B. Ferner sei M bzw. M' der Mittelpunkt der Strecke $[AC]$ bzw. $[BC]$, und f bzw. f' sei die Punktspiegelung an M bzw. M'. Zeigen Sie, dass $f([AB)$ und $f'([BA)$ die beiden Halbgeraden von ℓ mit Anfangspunkt C sind.