Übungen Platonische und Archimedische Körper WS 2009/2010
Prof. Dr. U. Hartl Blatt 9
Dr. J. Kohlhaase
Abgabetermin: Dienstag, 15.12.2009, 14:00 Uhr, Briefkästen

Aufgabe 1: Es sei $X \subset \mathbb{R}^3$ ein nicht ausgeartetes, konvexes Polyeder und $n \geq 3$ eine beliebige natürliche Zahl. Es bezeichne E_n die Anzahl der Ecken von X, die auf genau n Kanten liegen. Ferner bezeichne F_n die Anzahl der Flächen von X, die genau n Kanten enthalten. Zeigen Sie die Ungleichungen

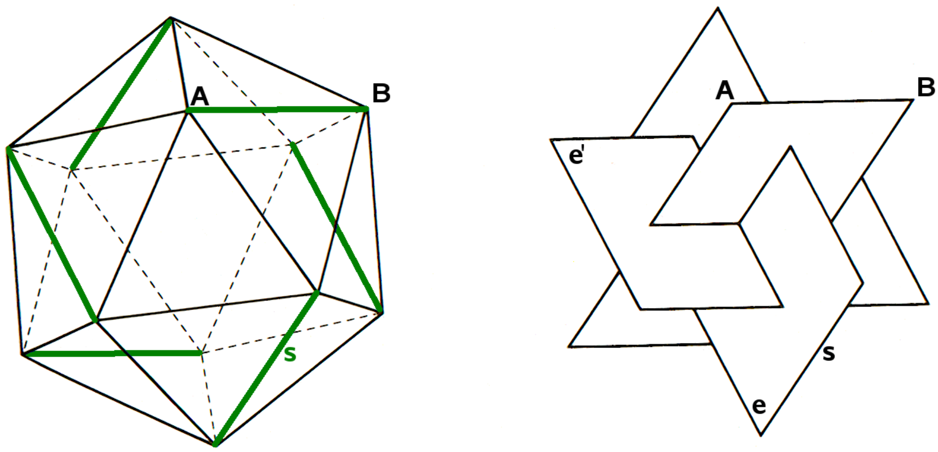
$$3E_3 + 2E_4 + E_5 \geq 12 \quad \text{und} \quad 3F_3 + 2F_4 + F_5 \geq 12,$$

und geben Sie Beispiele an, in denen Gleichheit gilt. **(4 Punkte)**

Aufgabe 2 (Kongruenzsatz RWSS): Es seien ΔABC und $\Delta A'B'C'$ zwei Dreiecke, in denen $\sphericalangle ABC$ und $\sphericalangle A'B'C'$ rechte Winkel seien. Ferner gelte $|AB| = |A'B'|$ und $|AC| = |A'C'|$. Zeigen Sie dass ΔABC und $\Delta A'B'C'$ kongruent sind. **(4 Punkte)**

Aufgabe 3: Es sei X ein Ikosaeder und s eine Kante von X. Zeigen Sie: Man kann auf eindeutige Weise drei paarweise senkrechte Rechtecke konstruieren, deren insgesamt zwölf Ecken genau die Ecken von X sind und von denen eines s als Kante enthält. Die sechs kurzen Kanten dieser Rechtecke sind genau diejenigen Kanten von X, deren Richtungsvektoren parallel oder senkrecht zu dem von s sind. **(8 Punkte)**

Hinweis: Zeigen Sie, dass die Ebene e' die Mittelsenkrechtenebene der Strecke s und dass die Ebene e die Mittelsenkrechtenebene von $[AB]$ ist. Zeigen Sie auch, dass keine andere Kante parallel oder senkrecht zu s ist.



Graphik aus [A. Beutelspacher, B. Petri: Der Goldene Schnitt, S.51]