Algebraische Geometrie
SoSe 2012

Prof. Dr. Urs Hartl
Martin Brandenburg

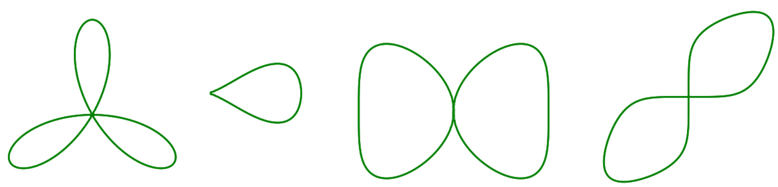
12. Übungsblatt

Abgabetermin: Mo, 2.7.12, 12 Uhr

1. Bestimmen Sie für die folgenden ebenen projektiven Kurven jeweils die Vielfachheit und die Tangenten inklusive Vielfachheit im Punkte $(0 : 0 : 1)$.

   (a) $V(x^4 + y^4 - x^2z^2)$
   (b) $V(x^6 + y^6 - xyz^4)$
   (c) $V(x^4 + y^4 + y^2z^2 - x^3z)$
   (d) $V(y^4 + x^4 - y^3z + 2x^2y^2 + 3x^2yz)$

   Welche Kurve passt zu welchem Bild?



(1) (2) (3) (4) *(4 Punkte)*

2. Sei M ein endlich-erzeugter R-Modul und $f : M \to M$ ein surjektiver Endomorphismus. Folgern Sie, dass f injektiv ist. Tipp: Nakayama-Lemma für einen geeigneten $R[T]$-Modul. *(4 Punkte)*

3. Sei R ein Hauptidealring und $(0) \neq \mathfrak{p} \subseteq R$ ein Primideal. Zeigen Sie, dass $R_\mathfrak{p}$ ein diskreter Bewertungsring ist. Wie sieht die diskrete Bewertung konkret aus? Gehen Sie auf das Beispiel $R = k[T]$ und $\mathfrak{p} = (T - a)$ ein. *(4 Punkte)*

4. $\star$ Zeigen Sie, dass der Ring der formalen Potenzreihen $K[[T]]$ über einem Körper K ein diskreter Bewertungsring ist. *(2* Punkte)*

5. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der Übung am 4.7. besprochen werden? *(2 Punkte)*