Prof. Dr. Urs Hartl
Martin Brandenburg

8. Übungsblatt

Abgabetermin: Mo, 3.12.12, 12 Uhr

1. Sei p eine Primzahl und $k = \mathbb{F}_p$. Bestimmen Sie den relativen Frobenius-Morphismus $X \to X^{(p)}$ für
   (a) $X = \mathbb{A}_k^n$
   (b) $X = \mathbb{P}_k^n$
   (c) $X = \operatorname{Spec}(k(t))$

   (4 Punkte)

Sei k ein Körper. Für ein homogenes Ideal $I \subseteq k[x_0, \ldots, x_n]$ sei $V_{\mathbb{P}^n}(I) \subseteq \mathbb{P}_k^n$ das zugehörige projektive k-Schema (aus Beispiel 1.2.13).
In den nächsten Aufgaben sei k algebraisch abgeschlossen.

2. Sei $d \in \mathbb{N}$ mit $d \in k^*$. Betrachten Sie die Fermat-Kurve $X = V_{\mathbb{P}^2}(x^d + y^d - z^d)$. Es sei $\varphi : X \to \mathbb{P}^1$ der Morphismus, der auf den Funktionenkörpern durch $k(\mathbb{P}^1) = k(t) \to k(X)$, $t \mapsto \frac{y}{z}$ gegeben ist. Bestimmen Sie die den Grad, die Verzweigungspunkte sowie die Verzweigungsindizes von φ.

   Hinweis. Berechnen Sie zunächst φ über den beiden affinen Karten von $\mathbb{P}^1$ und benutzen Sie die Lösung von Aufgabe 4, Blatt 6.

   (4 Punkte)

3. Es sei $\varphi : \mathbb{P}^1 \to \mathbb{P}^1$ der durch $\varphi^* : k(\mathbb{P}^1) = k(t) \to k(x) = k(\mathbb{P}^1)$, $t \mapsto x^2(x+1)^2$ gegebene Morphismus. Bestimmen Sie die den Grad, die Verzweigungspunkte sowie die Verzweigungsindizes von φ. Ist φ separabel?

   (4 Punkte)

4. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der Übung am 5.12. besprochen werden? *(2 Punkte)*