# 12. Übungsblatt

Abgabetermin: Mo, 14.1.13, 12 Uhr

1. Sei $E$ eine elliptische Kurve über einem perfekten Körper $k$ mit $\mathrm{char}(k) \neq 2, 3$. OBdA sei $E$ in Weierstraß-Normalform $y^2 - x^3 - a_4x - a_6 = 0$. Bestimmen Sie $\mathrm{Aut}_k(E)$ in Abhängigkeit von $j(E)$ und $k$.

   *(4 Punkte)*

2. Bestimmen Sie für folgende elliptische Kurven $E$ in Weierstraß-Normalform über $k$ die Gruppen $E(k)$ und $\mathrm{Aut}_k(E)$, sowie die Größen $\# \mathrm{Aut}_{k^{\mathrm{alg}}}(E)$ und $j(E)$.

   (a) $E : y^2 + y - x^3 = 0$ über $k = \mathbb{F}_2$. Bestimmen Sie außerdem $\#E(\mathbb{F}_4)$.

   (b) $E : y^2 - x^3 + x = 0$ über $k = \mathbb{F}_3$.

   *(4 Punkte)*

3. Sei $E$ eine elliptische Kurve in Weierstraß Normalform über einem perfekten Körper $k$. Geben Sie eine explizite Beschreibung des Verdoppelungsmorphismus $[2] : E \to E$ und bestimmen Sie die Anzahl der $k^{\mathrm{alg}}$-wertigen Punkte des Kerns $\ker[2] \subseteq E$. Unterscheiden Sie dabei zwischen $\mathrm{char}(k) = 2$ und $\neq 2$.

   *(4 Punkte)*

4. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der Übung am 16.1. besprochen werden? *(2 Punkte)*